AMPLITUDE (A, N)
(21 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La notion élémentaire d'**amplitude** intervient souvent dans l'étude d'une **fonction caractéristique** ou d'une série de FOURIER (cf **transformation de FOURIER**), en **analyse spectrale** ou encore dans l'étude d'un **processus stochastiques** et d'une **série temporelle**.

(i) Soit $z = a + ib \in \mathbf{C}$ un nombre complexe. On appelle **amplitude** de z l'**angle** du vecteur $(a, b)' \in \mathbf{R}^2$ avec le vecteur $u = (0, 1)' \in \mathbf{R}^2$, ie :

(1) $\quad \text{Am } z = \text{Arc cos } \{b / (a^2 + b^2)^{1/2}\}$.

Si l'on choisit la représentation $z = \rho \, . \, e^{i\theta}$ de z, on obtient :

(2) $\quad \text{Am } z = \text{Arc cos } (\sin \theta) = \text{Arc cos } (\cos (\pi / 2 - \theta)) = (\pi / 2) - \theta$.

Les propriétés de Am z sont classiques :

(a) $\text{Am } (z' z'') = \text{Am } z' + \text{Am } z'', \quad \forall (z', z'') \in \mathbf{C}^2$;

(b) $\text{Am } \bar{z} = - \text{Am } z, \ \forall z \in \mathbf{C}$.

(ii) Soit $T \subset \mathbf{R}$ et $X = (X_t)_{t \in T}$ un **processus stochastique** complexe scalaire de la forme suivante (**processus harmonique** élémentaire) :

(3) $\quad X_t = A \, . \, e^{i(\omega t + \varphi)}, \quad \forall t \in T$,

dans laquelle on suppose que A et φ sont des **va**.

On dit que :

(a) A est l'amplitude de X ;

(b) φ en est la **phase** ;

(c) ω en est la **fréquence**.

(iii) Dans l'étude d'une **série temporelle**, on appelle aussi **amplitude** la valeur absolue de la différence entre un pic et un creux de la série. Si $x = (x_t)_{t \in T}$ est une série scalaire réelle tq $T \subset \mathbf{R}$ et si $x_{t'}$ est un pic et $x_{t''}$ un creux consécutifs, l'amplitude est simplement :

(4) $\quad a_{t't''} = x_{t'} - x_{t''}$.

On peut aussi définir la notion d'**amplitude** en écart pr à :

(a) une valeur moyenne : eg $x_t - \overline{x}_T$ est l'amplitude de la série si la valeur moyenne retenue est sa **moyenne empirique** ;

(b) une **tendance** (ou un **estimateur** de celle-ci) : eg la « fluctuation » $x_t - m_t = u_t$ représente l'amplitude de x si la série se décompose selon $x_t = m_t + u_t$.