

ANCIEN, NOUVEAU (C, I, N8)

(20 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Les notions d'**ancienneté** ou de **nouveauté** sont notamment utilisées en théorie de la **fiabilité** des **systèmes**. Elles caractérisent des durées de vie.

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un **espace probabilisé** et $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}_+$ une **vars** positive de **loi** P^ξ . On note F la **fonction de répartition** (fr) associée à P^ξ .

On dit que P^ξ est une **loi tq le nouveau est meilleur que l'ancien**, ou une **loi de type nma** (sigle anglo-saxon : nbu, ie « *new better than used* ») ssi :

$$(1) \quad P([\xi \geq u + v] / [\xi \geq u]) \leq P([\xi \geq v]), \quad \forall (u, v) \in \mathbf{R}_+^2.$$

On dit que P^ξ est une **loi tq le nouveau est pire que l'ancien**, ou une **loi de type npa** (sigle anglo-saxon : nwu, ie « *new worse than used* ») ssi :

$$(2) \quad P([\xi \geq u + v] / [\xi \geq u]) \geq P([\xi \geq v]), \quad \forall (u, v) \in \mathbf{R}_+^2.$$

Les définitions précédentes s'écrivent aussi avec la fr F :

$$(3) \quad 1 - F(u + v) \leq (1 - F(u))(1 - F(v)), \quad \forall (u, v) \in \mathbf{R}_+^2,$$

$$(4) \quad 1 - F(u + v) \geq (1 - F(u))(1 - F(v)), \quad \forall (u, v) \in \mathbf{R}_+^2.$$

De même, si $S = 1 - F$ est la **fonction de survie** associée à F , on écrit encore, resp :

$$(5) \quad S(u + v) \leq S(u) \cdot S(v),$$

$$(6) \quad S(u + v) \geq S(u) \cdot S(v).$$

(ii) La variable ξ s'interprète souvent comme une **durée de vie**. Par suite, dans (3), la **probabilité** $1 - F(u)$ qu'une **unité statistique** nouvelle dépasse l'âge u est supérieure à la probabilité $(1 - F(u + v)) / (1 - F(v))$ qu'une unité ancienne d'âge v survive encore pendant une période de temps u , ce qui explique l'expression « **nouveau meilleur que l'ancien** ».

(iii) La **loi exponentielle** (négative) $\gamma_1(0, 1/\lambda)$, dont la fr s'écrit :

$$(6) \quad F(u) = \mathbf{1}_{\mathbf{R}_+}(u) \cdot [1 - e^{-\lambda u}], \quad \forall \lambda \in \mathbf{R}_+^*,$$

possède la propriété de saturer (1) et (2) à l'égalité.

C'est une raison pour laquelle on teste souvent l'**hypothèse** H_0 : « F est exponentielle » (ie F vérifie (6)) contre l'hypothèse H_1 : « F vérifie (1) » (resp « F vérifie (2) ») (cf **test**).

(iv) Les notions précédentes sont utilisées en **Statistique non paramétrique** (où P^ξ ne dépend pas explicitement d'un **paramètre**) (cf **test de HOLLANDER-PROSCHAN**) et dans l'étude des lois de survie.