

APPLICATION BIMESURABLE (A5)

(13 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit (E, \mathcal{A}) et (F, \mathcal{B}) deux **espaces mesurables** et $f : E \mapsto F$ une **application donnée**.

On dit que f est une **application bimesurable** ssi, à la fois :

(a) $f \in \mathcal{B}(E, F)$ (ie f est une **bijection**) ;

(b) f est $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ -mesurable et f^{-1} est $(\mathcal{B}, \mathcal{A})$ -mesurable.

(ii) Une application bimesurable permet ainsi d'identifier (E, \mathcal{A}) et (F, \mathcal{B}) dans toutes les questions où la **mesurabilité** intervient (eg **transfert de mesures**).

S'il existe une telle application f entre deux espaces E et F , on dit que f est un **isomorphisme d'espaces mesurables**, ou **isomorphisme mesurable**, et que E et F sont mesurablement isomorphes.

(iii) En notant $\mathcal{M}(E, F)$ l'ensemble des applications bimesurables de E dans F , on déduit de la définition :

(a) $f \in \mathcal{M}(E, F) \Leftrightarrow f^{-1} \in \mathcal{M}(F, E)$;

(b) $f \in \mathcal{M}(E, F)$ et $g \in \mathcal{M}(F, G) \Rightarrow g \circ f \in \mathcal{M}(E, G)$.

(iv) Dans les questions d'**invariance** relatives à un **modèle statistique** $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, \mathcal{P}^{\mathcal{X}})$, on définit généralement un **groupe** \mathcal{G} constitué d'applications bimesurables $g : \mathcal{X} \mapsto \mathcal{X}$ pour étudier les conditions dans lesquelles un **problème statistique** associé au modèle précédent est invariant (cf **problème invariant**).