APPLICATION ETAGEE (A5)
(01 / 08 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Soit E et F deux **ensembles** quelconques.

(i) On appelle **application étagée** toute **application** f : E $\rightarrow$ E qui prend un nombre fini de valeurs. Autrement dit, il existe un entier $p \in N^*$ ($p < +\infty$) tq :

(1) $f(E) = \{y_1, ..., y_p\} \subset F$.

(ii) Si E est une **famille** $\mathscr{B}$ de **parties** d'un ensemble $\mathscr{X}$ et si F = $\overline{\mathbf{R}}$, on dit que f est une **application étagée** sur $\mathscr{B}$ ssi :

(2)
$$f(\mathscr{B}) = \{y_1, ..., y_p\} \subset F,$$
$$f^{-1}(y) \in \mathscr{B}, \qquad \forall\, y \in F.$$

(iii) Lorsque $\mathscr{B}$ est une **tribu de parties** de $\mathscr{X}$, une **application étagée** f peut s'écrire sous la forme :

(3) $f = \sum_{i=1}^{p} y_i \,.\, \mathbf{1}(B_i)$,

où $y_i \in \overline{\mathbf{R}}$, $(B_i)_{i=1,...,p}$ est une **suite** disjointe de parties $B_i \in \mathscr{B}$ et $\mathbf{1}(B)$ désigne la valeur de la **fonction indicatrice** d'une partie $B \in \mathscr{B}$.

(iv) Une **fonction en escalier** f usuelle est une fonction étagée. Ainsi, dans le cas scalaire, F = E = **R** et f s'écrit sous la forme (3) dans laquelle les B_i sont des segments connexes tq $B_{i-1} = [a_{i-2}, a_{i-1}[$ et $B_i = [a_{i-1}, a_i[$, $\forall$ i = 2 ,..., p.