APPLICATION k-INJECTIVE (A3, C2)
(03 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit E et F deux **ensembles** quelconques et $k \in \mathbf{N}^*$.

On dit que $f \in F^E$ est une **application k-injective** ssi :

(1) $\quad \text{Card } f^{-1}(y) = \text{Card } \{x \in E : f(x) = y) = k, \qquad \forall y \in F.$

(ii) Si f est k-injective, on peut choisir (**axiome du choix**) :

(a) un élément (parmi les k) dans chaque partie $f^{-1}(y) \in \mathscr{P}(E)$, et ceci pour chaque $y \in F$, d'où un nouvel ensemble $A_1 \subset E$;

(b) puis, un élément (parmi les k-1 restants) dans chaque partie $f^{-1}(y) \in \mathscr{P}(E)$, et ceci pour chaque $y \in F$, d'où un nouvel ensemble $A_2 \subset E$ tq $A_1 \cap A_2 = \varnothing$;

(c) etc.

Cette opération se poursuit k-2 fois et aboutit à une **partition** de E selon la suite $(A_i)_{i=1,\dots,k}$, où $A_i \neq \varnothing$, $\forall i \in N_k^*$, $A_i \cap A_j = \varnothing$, $\forall (i, j)$ tq $j \neq i$ et $\cup A_i = E$.

(ii) La suite précédente est parfois appelée **partition canonique** de E par f. Elle joue notamment un rôle lors d'un **changement de variable aléatoire** lorsque f n'est pas un C^1-**difféomorphisme** de $E = \mathbf{R}^n$ dans lui-même.