

APPLICATION SURJECTIVE (A3)

(13 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit E et F deux **ensembles** quelconques.

On dit que $f : E \mapsto F$ est une **application surjective**, ou une **surjection**, de E sur F ssi F est l'image de E par f (cf **image d'une application**), ie ssi tout élément de F est l'image d'au moins un élément de E, soit :

$$(1) \quad f(E) = F,$$

ou bien ssi :

$$(2) \quad \forall y \in F, \exists (\text{au moins un}) x \in E \text{ tq } y = f(x),$$

ou encore ssi :

$$(3) \quad y \in F \Rightarrow \exists (\text{au moins un}) x \in E \text{ tq } y = f(x).$$

On note $\mathcal{S}(E, F)$ l'ensemble des surjections de E sur F.

(ii) Si E et F sont finis (avec Card E = m et Card F = n), $f \in \mathcal{S}(E, F)$ implique que $n \leq m$.

Le nombre des applications surjectives est donné par la relation de récurrence (cf **équation de récurrence**) :

$$(3) \quad S_n^m = n \cdot (S_{n-1}^{m-1} + S_n^{m-1}), \quad \forall (m, n) \in (\mathbf{N}^*)_{\geq}^2,$$

avec $S_n^m = \text{Card } \mathcal{S}(E, F)$.

Cette relation est utilisée en **analyse combinatoire**.