APPLICATION TRANSPOSÉE (A3)
(13 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit E et F deux **espaces vectoriels** sur un corps commutatif **K**, E* et F* leurs **duaux algébriques** respectifs et $f \in$ Hom (E, F) (**homomorphisme**).

On appelle **application transposée**, ou simplement **transposée**, de f l'application g $\in$ Hom (F*, E*) définie par l'**identité fondamentale de la transposition** :

(1) $< g (y^*) , x >_E \ = \ < y^* , f (x) >_F , \qquad \forall (x, y^*) \in E \times F^*,$

où $<. , .>_E$ est la forme bilinéaire canonique b_E sur E et $<. , .>_F$ est celle b_F sur F (cf **forme multilinéaire**). Autrement dit :

(2) $g : y^* \in F^* \mapsto y^* (f) = y^* o f \in E^*.$

L'application transposée ainsi définie est plutôt notée f ' (ou ${}^t f$, ou encore f^t, lorsqu'il existe une confusion possible avec la **dérivée** de f).

Si E et F sont de dimension finie (ie Dim E = n et Dim F = m), et si $M \in M_{mn}$ (**K**) est la **matrice** associée à f dans des **bases** données de E et de F, alors la matrice associée à f' dans ces mêmes bases est la **matrice transposée** de M, notée M' (ou ${}^tM$, ou encore M^t).

(ii) Dans le cas où E et F sont deux **espaces de HILBERT**, on appelle (application) **transposée** de $f \in$ Hom (E, F) l'application f ' : F' $\mapsto$ E' (aussi notée ${}^t f$ ou encore f^t) définie par :

(3) $(f ' (y') \mid x')_{E'} \ = \ (y \mid f (x))_F , \ \forall (x, y, x', y') \in E \times F \times E' \times F',$

où E' (resp F') est le **dual topologique** de E (resp F) et où $(. \mid .)_{E'}$ (resp $(. \mid .)_F$ est la **forme hermitienne** (ou **produit scalaire**) associé(e) à E' (resp F).

Si Dim E = n et Dim F = m, si P est la (n,n)-matrice associée à la forme $(. \mid .)_E$ et Q la (m,m)-matrice associée à $(. \mid .)_F$, alors la matrice représentative de f ' dans des bases données de E et F n'est autre que la **matrice transposée**, M', de la matrice M représentative de f dans ces mêmes bases.