BIAIS ASYMPTOTIQUE (C5, E2, H1, H5)
(23 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $(\mathscr{X}, \mathscr{B}, P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ un **modèle image** tq $\Theta \subset \mathbf{R}^Q$, $\mathscr{X} = \Pi_{n=1}^N \mathscr{X}_n$ et $\mathscr{B} = \otimes_{n=1}^N \mathscr{B}_n$. On considère une fonction numérique vectorielle $g : \Theta \mapsto \mathbf{R}^Q$ et l'on estime θ (resp $g(\theta)$) à l'aide d'une **suite** $T = (T_N)_{N \in \mathbf{N}^*}$ d'**estimateurs** $T_N : \Omega \mapsto \Theta$ (resp $T_N : \Omega \mapsto \mathbf{R}^Q$), définis par :

(1) $T_N = t_N(X)$,

où $t_N : \mathscr{X} \mapsto \Theta$ (resp $\mathbf{R}^K$) est une fonction $\mathscr{B}$-mesurable, $\forall N \in \mathbf{N}^*$, et $X = (X_1, ..., X_N)$ (N-**échantillon**).

On appelle **biais asymptotique** de T la limite, si elle existe, suivante :

(2) $B_\theta^\infty T = \lim_N B_\theta T$,

où $B_\theta T$ est le **biais** (eg au sens de l'espérance) de T pr à θ (resp pr à $g(\theta)$).

On dit que la **suite** T est **asymptotiquement biaisée** ssi :

(3) $\lim_N B_\theta T = \lim_N (E_\theta T - \theta) \neq 0$ (resp $\lim_N (E_\theta T - g(\theta)) \neq 0$),

pour au moins une valeur $\theta \in \Theta$.

La valeur limite ci-dessus est appelée **biais asymptotique**, ou parfois **inconvergence**, de T.

On dit que la **suite** est **asymptotiquement sans biais** ssi le biais asymptotique est nul, pour tout $\theta \in \Theta$.

(ii) Les définitions précédentes peuvent s'étendre à d'autres notion de biais (eg au sens d'une **caractéristique** de **centralité** C_θ) : **médiane**, **mode**, **paramètre de position**, etc.

(iii) On peut remplacer les limites de nombres certains (les espérances qui définissent les biais dans (2)) par des limites de va, au sens d'un **mode de convergence** donné (cf **convergence stochastique**).

Ainsi, dans le même cadre que précédemment, si l'on note g un mode de convergence donné (eg en **moyenne quadratique**, en **probabilité**, **presque sûre**, etc), on appelle **biais asymptotique**, ou **inconvergence**, de T (au sens de g) l'expression limite :

(4) $B_\theta^\infty T = \lim_N (T_N - \theta)$ (resp $\lim_N (T_N - g(\theta))$, $\forall \theta \in \Theta$.

Ainsi, lorsque g est la convergence en probabilité (ie lim = plim), on obtient la notion de **biais asymptotique en probabilité** ; lorsque g est la convergence presque sûre (ie lim = lim p.s.), on obtient la notion de **biais asymptotique presque sûr**, etc.