CALCUL DES PROBABILITES (B, C)
(10 / 05 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Le **calcul des probabilités** regroupe l'ensemble des méthodes dont l'objet est :

(a) l'évaluation de **probabilités** d'**événements** spécifiés, qui composent un **ensemble** fondamental donné ;

(b) ou encore la détermination de la loi d'une **variable aléatoire** donnée.

(i) Le calcul des probabilités met en oeuvre les notions de base suivantes (cf **théorie des probabilités**) :

(a) un **espace fondamental** Ω constitué d' « évènements élémentaires » ω ;

(b) une **famille** $\mathcal{T}$ (ou **tribu de parties**) constituée d' « évènements complexes » A définis sur Ω ;

(c) une **mesure de probabilité** P définie sur $\mathcal{T}$.

Le cadre de base est donc l'**espace probabilisé** $(\Omega, \mathcal{T}, P)$. Si $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ est un **espace mesurable** auxiliaire et $\xi : \Omega \mapsto \mathcal{X}$ une va donnée, on étudie aussi, de la même façon, l'espace probabilisé « image » $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, P^{\xi})$.

Dans les deux cas, un certain ensemble de concepts fondamentaux est mis en oeuvre : **indépendance stochastique**, **conditionnement**, « **marginalisation** » (cf **loi marginale**), **discrétisation**, **troncature**, etc (cf **classification thématique générale**).

P peut être :

(a) soit une probabilité non explicitée (ie une probabilité « abstraite »). Celle-ci est définie par les **axiomes de KOLMOGOROV** et suit les règles générales du calcul des probabilités et leurs prolongements ;

(b) soit une probabilité explicitement donnée (eg loi de GAUSS), auquel cas on en étudie des propriétés plus spécifiques : eg **caractéristiques légales** (**moments**, **quantiles**, valeurs modales, **densité**, **fonction de répartition**, **fonction caractéristique**, etc) ;

(c) soit une probabilité « construite » (ie définie et calculable) à partir de propriétés données a priori : par **équations de récurrence**, **changement de va**, etc.

(ii) Lorsque l'**ensemble** (Ω ou $\mathscr{X}$) contenant les événements est de type « discret » (eg $N_m^* = \{1 ,..., m\}$, **N** ou **Z**), le calcul de diverses probabilités se déduit souvent de **« dénombrements »**. Les tribus d'événements sont généralement identifiées (cf **tribu discrète**).

Des exemples classiques de ce type sont : le lancer de pièces de monnaie, le lancer de dés à jouer, les jeux de cartes, les jeux de casino, etc.

(iii) Lorsque l'ensemble des événements est plus « complexe » (cf **complexité**), l'espace fondamental n'est pas toujours simple à identifier ou à définir.

Deux exemples de ce type sont (cf aussi **probabilité géométrique**) : le lancer d'une aiguille sur un plan (**problème de G.L. LECLERC de BUFFON**), l'étude de la déformation d'objets géométriques (eg lancer d'un lacet flexible sur un plan), etc.

(iv) En calcul des probabilités, un espace probabilisé tq ($\mathscr{X}$, $\mathscr{B}$, P^ξ) est, par définition, doté d'une mesure P^ξ unique, dont on étudie les propriétés (raisonnement hypothético-déductif). Deux situations importantes sont concernées par ce type de calculs :

(a) les méthodes de **production statistique**, basées sur la **théorie des plans d'expérience** ou sur la **théorie des sondages** ;

(b) la **théorie des processus**, dans ses aspects probabilistes.

A l'inverse, un **modèle statistique** tq ($\mathscr{X}$, $\mathscr{B}$, $\mathscr{P}^\xi$) se voit associer plusieurs mesures de probabilité ou lois de probabilité, représentées sous la forme d'une famille $\mathscr{P}^\xi$ de mesures tq P^ξ. Ces mesures ou ces lois sont considérées comme des « lois candidates », ou comme des « lois concurrentes » entre elles. L'objectif est ici d'identifier, au sein de $\mathscr{P}^\xi$, une mesure P^ξ (ou une sous-famille de telles mesures) susceptible d'avoir engendré les observations de ξ, ie (raisonnement « déduco-hypothétique »). Ce problème se résoud à l'aide de méthodes ou **procédures** statistiques appropriées (**estimation**, **test**, **classification**, etc), et son fondement est un **problème statistique** visant à trouver une **décision statistique** optimale.