

CAPACITÉ (A6, G8)

(13 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit Ω un **ensemble** et \mathcal{G} une classe de **parties** de Ω tq :

$$(a) \emptyset \in \mathcal{G} ;$$

$$(b) C_i \in \mathcal{G} \ (\forall i \in I, \text{ ensemble fini}) \Rightarrow \bigcup_{i \in I} C_i \in \mathcal{G} ;$$

$$(c) C_n \in \mathcal{G} \ (\forall n \in \mathbf{N}) \Rightarrow \bigcap_{n \in \mathbf{N}} C_n \in \mathcal{G}.$$

On appelle alors **capacité (au sens de G. CHOQUET)** sur Ω toute **application** :

$$(1) \quad \psi : \mathcal{G}(\Omega) \mapsto \bar{\mathbf{R}},$$

tq :

$$(a) A \subset B \Rightarrow \psi(A) \leq \psi(B) \text{ (croissance monotone) ;}$$

$$(b) A_n \in \mathcal{G} \ (\forall n \in \mathbf{N}) \text{ et } \lim_n \uparrow A_n = A_\infty \Rightarrow \psi(A_n) \uparrow \psi(A_\infty) ;$$

$$(c) C_n \in \mathcal{G} \ (\forall n \in \mathbf{N}) \text{ et } \lim_n \downarrow C_n = C_\infty \Rightarrow \psi(C_n) \downarrow \psi(C_\infty).$$

La propriété (b) est une propriété de continuité croissante dans Ω , et la propriété (c) une propriété de continuité décroissante dans \mathcal{G} .

(ii) Une **mesure positive** ou une **mesure de probabilité** sont des capacités.

(iii) La **théorie des capacités** (G. CHOQUET) est parfois utilisée en **Statistique**, eg en théorie de la **robustesse**.