CARACTÉRISTIQUE INTÉGRÉE (C5)

Dans certaines **situations**, une **caractéristique légale** peut dépendre d'une **variable** donnée. Lorsque cette dernière prend ses valeurs dans un **espace mesuré**, on peut « intégrer » la caractéristique en « éliminant » la variable en question : cette élimination se fait à l'aide d'une **intégration** pr à cette variable.

(i) Formellement, on considère :

(a) un **modèle statistique** $(\Omega, \mathcal{T}, \mathcal{P})$;

(b) un **espace d'observation** $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$;

(c) un **échantillon** $X = (X_1, ..., X_N) : \Omega \mapsto \mathcal{X}^N$, dont la **loi empirique** associée, définie sur $\mathcal{B}$, est P_N ;

(d) un **espace mesurable** auxiliaire $(\mathcal{Y}, \mathcal{C})$;

(e) une **statistique** S définie par l'**application mesurable** $s : \mathcal{X} \mapsto \mathcal{Y}$ selon $S = s(X)$, dont la **loi** est $P^S = S(P) = s \circ X(P) = s(P^X)$. On note alors $\mathcal{P}^S$ la **famille** image de $\mathcal{P}$ par S ;

(f) un espace de **caractéristiques** $(\Gamma, \mathcal{B}_\Gamma)$ et un **espace mesuré** auxiliaire quelconque $(\Lambda, \mathcal{B}_\Lambda, \nu)$;

(g) une application mesurable $\gamma : \mathcal{P}^S \times \Lambda \mapsto \Gamma$ qui, $\forall \lambda \in \Lambda$, associe à toute loi P^S sa **caractéristique** $c(P^S, \lambda)$.

On appelle alors **caractéristique intégrée** de P^S (ou de S) l'élément suivant de Γ, défini chaque fois que l'intégrale a un sens :

(1) $$c(P^S) = \int c(P^S, \lambda)\, d\nu(\lambda).$$

(ii) A titre d'exemple, l'**estimateur** d'une **densité de probabilité** possède, en tout point de l'espace des valeurs, un **écart quadratique moyen** : il est usuel d'en déduire un **écart quadratique moyen intégré** en intégrant l'écart quadratique moyen sur l'espace des valeurs en question.

Ici, Γ est un ensemble de (classes de) densités de probabilité, $(\mathscr{Y}, \mathscr{C}) = (\Lambda, \mathscr{B}_\Lambda) = (\mathscr{X}, \mathscr{B})$, s est un **estimateur de la densité** considérée, et c est la caractéristique « écart quadratique moyen ».