

CATASTROPHE (N10)

(16 / 04 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Dans chaque **science** (physique, biologie, écologie, psychologie ou sociologie), l'homme de l'art isole un certain nombre de phénomènes à des fins d'étude.

A un **phénomène** étudié peut s'associer un **système** S qui en représente le **fonctionnement**. Ce fonctionnement dépend de la **structure** de S. Enfin, l'évolution de ce système dépend à la fois du fonctionnement et de **facteurs** « extérieurs » au système (cf aussi **niveau, répartition, évolution**).

Cependant, il peut arriver que la structure du système se désagrège brutalement, ou que son fonctionnement devienne un « dysfonctionnement » inattendu, ou encore que son évolution devienne soudainement irrégulière.

(i) De façon générale, on appelle **catastrophe** dans un système S (cf **théorie des catastrophes, catastrophe dans un processus**), une propriété observée de S :

(a) dont l'évolution ne correspond pas au **schéma** de fonctionnement « attendu » (« effet de surprise ») ;

(b) et à laquelle s'associe des conséquences ou un enjeu importants.

(ii) L'approche probabiliste d'un phénomène catastrophique peut se baser sur un **modèle de processus** :

$$(1) \quad \{(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P}), (\mathcal{X}, \mathcal{B}), (X_t)_{t \in T}\}$$

dans lequel la **loi de probabilité** (inconnue) de $P^X \in \mathcal{P}^X$ (famille des lois possibles) est un **mélange de lois**. Ce mélange comporte :

(a) une loi P_0^X considérée comme **loi principale**, laquelle régit le fonctionnement « normal » du système (donc les propriétés probabilistes attendues du processus) ;

(b) une ou plusieurs autres lois, $(P_i^X)_{i \in I}$ ($\text{card } I < +\infty$), considérées comme **lois secondaires**, ou **lois perturbatrices**, ou encore **lois collatérales**, lesquelles altèrent de façon « erratique » le fonctionnement normal de ce système (donc les propriétés précédentes) (cf **aberration**).

Autrement dit, de façon formelle, et en notant $(\alpha_0, (\alpha_i)_{i \in I}) \in S_{1 + \text{card } I}$ (**simplexe** de $\mathbf{R}^{1 + \text{card } I}$), la loi :

$$(2) \quad P^X = (1 - \alpha_0) \cdot P_0^X + \sum_{i \in I} \alpha_i \cdot P_i^X,$$

du processus est un **mélange de lois** dans lequel seule la loi de base P_0^X est la loi attendue, ou « normale », les autres $(P_i^X)_{i \in I}$ jouant le rôle de **loi perturbatrices**.

(iii) L'approche statistique du même phénomène vise à en décrire le fonctionnement observable (cf **observabilité**), voire à en inférer (détecter) des facteurs « cachés » (donc inobservables) susceptibles de le perturber (cf **inférence statistique**).

Elle se base généralement sur une relation f , qui est souvent de type causal (cf **causalité**), entre les **variables** caractérisant ce système (cf **relation fonctionnelle**, **modèle dynamique**, **fonction de régression**, **fonction d'interdépendance**). Cette relation comporte donc, elle aussi, une ou des altération(s) résultant du mélange légal.

En pratique, f peut se présenter sur diverses formes : **équation de récurrence** (temps discret), système différentiel (temps continu) (cf **équation différentielle**), etc. Ces formes peuvent impliquer à la fois :

(a) des propriétés mathématiques tq des bifurcations ou discontinuités (cf **théorie des catastrophes**) ;

(b) des propriétés probabilistes, associées au mélange précédent.