CATÉGORIE (MATHÉMATIQUE) (A2)
(23 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit :

(a) un **ensemble**, appelé **classe**, dont les éléments sont appelés **objets** de $\mathcal{C}$. Cette classe est notée Ob($\mathcal{C}$) ;

(b) pour tout couple d'objets (A, B) $\in \mathcal{C}^2$, un ensemble Mor ($\mathcal{C}$), dit **ensemble des morphismes**, dont chaque élément f $\in$ Mor ($\mathcal{C}$) est appelé **morphisme** de A dans B ;

(c) pour tout triplet d'objets (A, B, C) $\in \mathcal{C}^3$, une **application** associant à tout morphisme f de A dans B et à tout morphisme g de B dans C un morphisme, noté g o f (ou simplement g f), de A dans C.

On dit que l'ensemble des ces trois données constituent une **catégorie** (mathématique), notée $\mathcal{C}$, ssi elles vérifient les trois axiomes suivants :

(a) axiome de **compatibilité**. $\forall$ (A', B', A'', B'') $\in \mathcal{C}^4$:

(1) $\quad$ $\text{Mor}(A', B') \cap \text{Mor}(A'', B'') \neq \varnothing \Rightarrow (A', B') = (A'', B'')$;

(b) axiome de **neutralité bilatérale**. $\forall$ A $\in \mathcal{C}$, $\exists$ $id_A \in$ Mor (A, A) tq, $\forall$ B $\in \mathcal{C}$:

(2)
$$\begin{aligned} f \circ id_A &= f, \quad \forall f \in \text{Mor}(A, B), \\ id_A \circ g &= g, \quad \forall g \in \text{Mor}(B, A) ; \end{aligned}$$

(c) axiome d'**associativité** des morphismes. $\forall$ (A, B, C, D) $\in \mathcal{C}^4$, $\forall$ (f, g, h) $\in$ Mor (A, B) x Mor (B, C) x Mor (C, D), on a :

(3) $\quad$ $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f) = h \circ g \circ f.$

(ii) Des exemples de morphismes classiques sont les suivants :

(a) la catégorie des **ensembles** admet pour objets les ensembles et pour morphismes les **applications** ;

(b) la catégorie des **espaces vectoriels** sur un corps **K** (commutatif et de caractéristique différente de 2) admet pour objets les espaces vectoriels et pour morphismes les **applications linéaires** (cf **homomorphismes**) ;

(c) la catégorie des **espaces topologiques** admet pour objets les espaces topologiques et pour morphismes les **applications continues** ;

(d) la catégorie des **espaces mesurables** (resp des **espaces probabilisables**) admet pour objets les espaces mesurables (resp les espaces probabilisables) et pour morphismes les **applications mesurables** (resp les **variables aléatoires**) ;

(e) la catégorie des **modèles statistiques** admet pour objets les modèles statistiques et pour morphismes les **statistiques**.