

CENSURE MULTIDIMENSIONNELLE (G9)

(01 / 05 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Cette **censure** est adaptée au cas de plusieurs **variables aléatoires** ou d'un **vecteur aléatoire**.

(i) Ainsi, dans l'étude d'une **durée de vie**, on considère un **modèle statistique** $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$, un **couple aléatoire** $(\xi, \eta) : \Omega \mapsto \mathbf{R}_+^2$ (dont chaque coordonnée représente une durée de vie) et un **échantillon iid** $((X_n, Y_n))_{n=1, \dots, N}$ de (ξ, η) (cf **échantillon équidistribué, échantillon indépendant**).

Dans le cas d'une **censure aléatoire bilatérale**, ξ est censurée par les **va** ξ' et ξ'' et η par les **va** η' et η'' , ie ξ (resp η) n'est **observable** que dans l'intervalle $[\xi', \xi'']$ (resp $[\eta', \eta'']$), avec $P([\xi' \leq \xi''] \cap [\eta' \leq \eta'']) = 1, \forall P \in \mathcal{P}$.

On dispose donc, pour chaque couple (ξ, η) , des seules données :

$$(1) \quad \begin{aligned} \tau &= \max(\min(\xi'', \xi), \xi'), & \delta_\tau, \\ \theta &= \max(\min(\eta'', \eta), \eta'), & \delta_\theta, \end{aligned}$$

avec :

$$(2)' \quad \delta_\tau = \begin{cases} a & \text{si } \xi > \xi'', \\ b & \text{si } \xi' \leq \xi \leq \xi'', \\ c & \text{si } \xi < \xi', \end{cases}$$

et

$$(2)'' \quad \delta_\theta = \begin{cases} a & \text{si } \eta > \eta'', \\ b & \text{si } \eta' \leq \eta \leq \eta'', \\ c & \text{si } \eta < \eta', \end{cases}$$

(a, b, c) étant un indicateur quelconque de censure : eg $(a, b, c) = (1, 2, 3)$ ou $= (-1, 0, +1)$.

A l'échantillon Z tq $Z_n = (X_n, Y_n)$ ($\forall n = 1, \dots, N$) correspond l'échantillon constitué des **va observables** suivantes :

$$(3) \quad \begin{aligned} T_n &= \max(\min(X_n'', X_n), X_n'), & \forall n \in N_N^*, \\ U_n &= \max(\min(Y_n'', Y_n), Y_n'), & \forall n \in N_N^*, \end{aligned}$$

et des **va** :

$$(4)' \quad D_n = \begin{cases} a & \text{si } X_n > X_n'', \\ b & \text{si } X_n' \leq X_n \leq X_n'', \\ c & \text{si } X_n < X_n', \end{cases}$$

et :

$$(4)'' \quad E_n = \begin{cases} a & \text{si } Y_n > Y_n'', \\ b & \text{si } Y_n' \leq Y_n \leq Y_n'', \\ c & \text{si } Y_n < Y_n', \end{cases}$$

où $n \in \mathbb{N}_N^*$.

On suppose généralement que (ξ, η) est indépendant de (ξ', ξ'') et de (η', η'') , et qu'il en est de même pour les « échantillons » correspondants.

Comme dans la censure unidimensionnelle, le problème principal consiste à étudier la **fr** jointe F de (ξ, η) , où encore la **fonction de survie** associée à F , ie :

$$(5) \quad S(x, y) = P([\xi > x] \cup [\eta > y]) = 1 - F(x, y),$$

avec $S(0, 0) = 1$.

Sous certaines hypothèses, on montre que le modèle précédent est un **modèle identifiable**, au sens où les fonctions de survie des « **inobservables** » (ie des couples (ξ, η) , (ξ', η') , (ξ'', η'') , (ξ', η'') , (ξ'', η')), elle-mêmes inobservables, peuvent s'exprimer, de façon injective, à l'aide des fonctions de survie des « observables » (ie du couple (τ, θ)), elle-mêmes calculables, conditionnellement aux valeurs du couple $(\delta_\tau, \delta_\theta)$ (soit neuf fonctions observables).

L'approche précédente s'étend directement à plusieurs variables conjointement censurées.