

CLAN (A5, B1, B4)

(23 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) On appelle **clan** sur un **ensemble** quelconque Ω toute **partie** non vide $\mathcal{C}$ de $\mathcal{P}(\Omega)$ contenant la partie vide et stable par réunion finie et différence relative (cf **réunion ensembliste**, **différence ensembliste**), ie :

$$(a) \emptyset \in \mathcal{C} ;$$

$$(b) A \in \mathcal{C} \text{ et } B \in \mathcal{C} \Rightarrow A \cup B \in \mathcal{C} ;$$

$$(c) A \in \mathcal{C} \text{ et } B \in \mathcal{C} \Rightarrow A \setminus B \in \mathcal{C}.$$

On dit que $\mathcal{C}$ est un **clan unitaire** si, de plus, $\Omega \in \mathcal{C}$.

(ii) Soit $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}(\Omega)$ un ensemble de parties de Ω et $\mathcal{C}(\Omega)$ l'ensemble des clans sur Ω . On appelle **clan engendré** par $\mathcal{A}$ l'intersection de tous les clans contenant $\mathcal{A}$ (cf **intersection ensembliste**), ie :

$$(1) \quad \gamma(\mathcal{A}) = \bigcap \{ \mathcal{C} \in \mathcal{C}(\Omega) : \mathcal{A} \subset \mathcal{C} \}.$$

(iii) On dit que $\mathcal{C} \in \mathcal{P}(\Omega)$ est un **sigma-clan**, ou **σ -clan**, ssi :

$$(a) \emptyset \in \mathcal{C} ;$$

$$(b) A \in \mathcal{C} \text{ et } B \in \mathcal{C} \Rightarrow A \setminus B \in \mathcal{C}.$$

$$(c) A_n \in \mathcal{C} \quad (\forall n \in \mathbf{N}) \Rightarrow \bigcup_{n \in \mathbf{N}} A_n \in \mathcal{C} ;$$

Tout σ -clan est un clan.

On dit que le sigma-clan $\mathcal{C}$ est un **sigma-clan unitaire** si, de plus, $\Omega \in \mathcal{C}$.