

CLASSE COMPLÈTE DE RÈGLES DE DÉCISION (G)

(14 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) On considère un **problème statistique** basé sur un **modèle image** $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, P_{\theta}^{\xi})_{\theta \in \Theta}$ et sur un ensemble Δ_M de **règles de décision mixtes** m . Soit $\prec$ (resp $\prec\prec$) le **préordre** (resp le préordre strict) sur Δ_m associé à un **risque** R .

On dit alors que $\mathcal{G} \subset \Delta_m$ est une **classe complète** (de règles de décision) ssi :

$$(1) \quad \forall m \notin \mathcal{G}, \exists c \in \mathcal{G} \text{ tq } m \prec c.$$

On dit que $\mathcal{G}$ est une **classe essentiellement complète** (de règles de décision) ssi :

$$(2) \quad \forall m \notin \mathcal{G}, \exists c \in \mathcal{G} \text{ tq } m \prec\prec c.$$

Une classe complète est appelée **classe complète minimale** (au sens de l'inclusion des **parties** de Δ_M) ssi aucune sous-classe stricte n'est complète.

Une classe essentiellement complète est dite **classe essentiellement complète minimale** ssi aucune sous-classe stricte n'est essentiellement complète.

(ii) On établit les propriétés suivantes :

(a) si $\mathcal{G}$ est complète, elle est essentiellement complète ;

(b) si $\mathcal{G}$ est complète, l'ensemble $A \subset \Delta_m$ des règles mixtes admissibles (cf **règle admissible**) est tel que $A \subset \mathcal{G}$. Si, de plus, $\mathcal{G}$ est minimale, alors $A = \mathcal{G}$;

(c) si Δ est l'ensemble des **règles pures** $\delta : \mathcal{X} \mapsto D$ et si $D \in \mathcal{B}(\mathbf{R}^K)$ est une **partie convexe** de $\mathbf{R}^K$, alors Δ est essentiellement complète dans Δ_M . Cette propriété importante justifie, sous l'hypothèse de **convexité** de Δ , qu'on se limite souvent aux règles pures $\delta \in \Delta$.