

## COEFFICIENT DE CORRÉLATION MULTIPLE (D2, J1)

(17 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) On se place dans le cadre de la **régression linéaire** dans  $L^2$  (cf **régression dans  $L^2$** ).

On appelle parfois **coefficient de corrélation linéaire multiple** entre la **va**  $Y$  et le **vecteur aléatoire**  $X = (X_1, \dots, X_K)$  le scalaire sans dimension (pr aux **unités de mesure**) :

$$(1) \quad \rho_{XY} = C(Y, Z^\#) / \{\sigma(Y) \cdot \sigma(Z^\#)\},$$

où  $Z^\# = b^\# ' X$  (produit scalaire) et où  $b^\#$  est solution de l'**équation normale** associée à la régression, et où  $C(\cdot, \cdot)$  dénote la **covariance**.

(ii) On montre que :

$$(a) \quad 0 \leq |\rho_{XY}| \leq 1 ;$$

$$(b) \quad \rho_{XY} = 0 \Rightarrow C(Y, Z^*) = 0 \Rightarrow C(Y, X) = 0 ;$$

(c)  $\rho_{XY} = 1 \Rightarrow Y$  est dans le plan d'équation  $Z = b' X$  (ie il existe une valeur  $b_Y$  de  $b$  tq  $Y = b_Y' X$ ).