COEFFICIENT DE COVARIATION (D2, F3, N)
(19 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Le **coefficient de covariation** est une **mesure** de liaison entre les variations de deux **processus** (ou de deux **séries temporelles**).

(i) Soit $X = (X_t)_{t \in T}$ et $Y = (Y_t)_{t \in T}$ deux **processus** réels scalaires, avec $T = \{1,..., T\}$ (on note T aussi bien l'ensemble des **temps** que sa borne supérieure). On pose $D X_t = X_{t+1} - X_t$ et $D Y_t = Y_{t+1} - Y_t$ (cf **différence finie**, **écart**), $\forall t \in N_{T-1}^*$.

En notant sgn la **fonction signe** (ie sgn (u) = +1 si u > 0, sgn (u) = 0 si u = 0 et sgn (u) = -1 si u < 0), on dit qu'il y a :

(a) **concordance** entre X et Y en t ssi l'**événement** $C_t = [\mathrm{sgn}\, D X_t = \mathrm{sgn}\, D Y_t]$ est vérifié. Le nombre total de concordances est défini comme la **va** :

(1) $$c_T = \Sigma_{t=1}^{T-1} \mathbf{1}(C_t) ;$$

(b) **discordance** entre X et Y en t ssi l'**événement** $D_t = [\mathrm{sgn}\, D X_t = - \mathrm{sgn}\, D Y_t]$ est vérifié. Le nombre total de discordances est la **va** :

(2) $$d_T = \Sigma_{t=1}^{T-1} \mathbf{1}(D_t).$$

Ces deux va sont liées par la relation $c_T + d_T = T - 1$.

On appelle alors **coefficient de covariation (simple)**, ou **coefficient de G.T. FECHNER - L. MARCH**, la va :

(3) $$i_T = (c_T - d_T) / (c_T + d_T) = (T - 1)^{-1} (c_T - d_T).$$

(ii) Cet indice mesure la **corrélation** entre X et Y à travers les **variables indicatrices** de leurs différences premières (ie à travers les signes de ces différences) (cf **différence finie**). En effet :

(a) $i_T = 0$ ssi $c_T = d_T$ (il existe autant de concordances que de discordances, ce qui suppose que $T-1 \in 2\, \mathbf{N}^*$) ;

(b) $i_T = 1$ ssi $d_T = 0$ (absence de discordance) ;

(c) $i_T = -1$ ssi $c_T = 0$ (absence de concordance).

(iii) On dit qu'il y a **concordance** (resp **discordance**) **(pondérée)** entre X et Y en $t \in N^*_{T-1}$ ssi l'évènement $C_t = [D X_t . D Y_t > 0]$ (resp $D_t = [D X_t . D Y_t < 0]$) est réalisé.

On appelle alors **coefficient de covariation (pondéré)** entre X et Y la va :

(4) $$I_T = (C_T + D_T)^{-1} (C_T - D_T),$$

où :

$$C_T = \Sigma_{t=1}^{T-1} \mathbf{1}(C_t) \, . \, D\,X_t \, . \, D\,Y_t \, ,$$

(5)

$$D_T = \Sigma_{t=1}^{T-1} \mathbf{1}(D_t) \, . \, D\,X_t \, . \, D\,Y_t \, .$$