

COEFFICIENT DE RECOUVREMENT (A, B, C)

(23 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La notion de **coefficient de recouvrement** comporte plusieurs sens, dont les principaux suivants.

(i) Soit A et B deux **parties mesurables** d'un **espace mesuré** (E, \mathcal{A}, μ) .

On appelle :

(a) **recouvrement (partiel)** de l'une sur l'autre l'**intersection** $A \cap B$;

(b) **coefficient de recouvrement** l'un quelconque des nombres (définitions distinctes) :

$$r = \mu(A \cap B) / \mu(A),$$

$$(1) \quad r = \mu(A \cap B) / \mu(B),$$

$$r = \mu(A \cap B) / \mu(A \cup B)$$

(en supposant les dénominateurs non nuls).

Cette notion se transpose directement au cas où l'espace mesuré est un **espace probabilisé** (les deux premiers quotients représentent alors des **probabilités conditionnelles**) (cf aussi **troncature**).

(ii) Soit (Ω, \mathcal{F}, P) un espace probabilisé, $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ un **espace mesurable**, $\xi : \Omega \mapsto \mathcal{X}$ et $\eta : \Omega \mapsto \mathcal{X}$ deux **va**, μ une **mesure positive** définie sur \mathcal{B} , P^ξ la **lp** propre de ξ et P^η celle de η . On suppose que P^ξ admet la **densité** (ou **dérivée de NIKODYM-RADON**) f pr à μ et que P^η admet g pour densité pr à μ .

On appelle **coefficient de recouvrement de M.S. WEITZMAN** le nombre :

$$(2) \quad \rho = \int_{\mathcal{X}} (f(x) \wedge g(x)) d\mu(x) = \int_{\mathcal{X}} (f \wedge g) d\mu,$$

où $f(x) \wedge g(x) = \inf(f(x), g(x)), \forall x \in \mathcal{X}$.

Lorsque $\mathcal{X} = \mathbf{R}$, ce nombre représente la portion de surface dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}_+$ commune aux densités f et g .

On montre que :

(a) si $g = f$, alors $\rho = 1$;

(b) si $(\text{Supp } f) \cap (\text{Supp } g) = \emptyset$ (cf **support d'une fonction**), alors $\rho = 0$.

En général, lorsque $(\text{Supp } f) \cap (\text{Supp } g) \neq \emptyset$, on a $\rho \neq 1$.

On peut estimer ρ à partir d'estimateurs (paramétriques ou non) des densités f et g (cf **estimateur de la densité**).