CONSTANTE (J)
(11 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La notion élémentaire de **constante** se rencontre dans divers contextes.

(i) En mathématique, une constante est une grandeur (eg numérique) c qui ne « varie » pas, ou que l'on maintient fixe, comparativement à d'autres grandeurs. On est ainsi souvent conduit à distinguer entre constantes et **variables**.

Pour normaliser et simplifier les notations, on assimile souvent une constante c à une **application constante** γ définie par $\gamma : E \mapsto F$ (où E et F sont deux **ensembles** donnés (cf **application**). Cette application vérifie donc :

(0) $\gamma(x) = c, \quad \forall x \in E.$

Dans le cas numérique, si $F = \mathbf{K}$ (avec $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ ou $\mathbf{K} = \mathbf{C}$), on appelle **fonction constante**, ou simplement **constante**, l'application :

(0)' $c \,.\, \mathbf{1}_{\mathbf{K}} : x \in \mathbf{R} \mapsto f(x) = c \,.\, \mathbf{1}_{\mathbf{K}}(x).$

(ii) En **Statistique**, une **constante** (resp une constante p.s.) est souvent assimilée à une **variable aléatoire** « constante » (resp p.s. constante), au sens où cette **application mesurable** est une application presque sûrement constante.

(iii) Par ailleurs, on appelle **constante de normalisation** un scalaire tq la **densité** d'une **mesure positive** (pr à une mesure donnée) somme à l'unité, ce qui définit une **loi de probabilité**.

Ainsi, $h : \mathbf{R}^K \mapsto \mathbf{R}_+$ étant une fonction non négative donnée et intégrable pr rapport à une **mesure** μ donnée, la fonction non négative :

(1) $f = c^{-1} \,.\, h,$

dans laquelle $c = \int h \, d\mu$, peut s'interpréter comme une **densité de probabilité** puisque $\int f \, d\mu = 1$.

Ce procédé définit une densité f à laquelle on peut alors associer une **loi de probabilité** P^{ξ} que l'on peut, elle-même, associer à une variable aléatoire ξ. On peut considérer que $f = d\, P^{\xi} / d\mu$ est la **dérivée de NIKODYM-RADON** de P^{ξ} pr à μ.

Si la fonction h dépend d'un **paramètre**, il en va de même de c. Dans (1), la densité f peut s'interpréter comme une **moyenne** pondérée.

(iv) Enfin, la notion de **constante** intervient dans d'autres contextes. Dans un **modèle de régression** ou dans un **modèle d'interdépendance**, elle désigne généralement une grandeur (ou une **va**) prenant toujours la même valeur (cf (i)).

Ainsi, dans un **modèle de régression linéaire** usuel (exprimé dans un **espace de variables**) :

(2) $\eta = b_1 \xi_1 + ... + b_K \xi_K + \varepsilon$,

on suppose souvent qu'une **variable exogène**, eg ξ_1 , est **constante** (ie ξ_1 = c, p.s.). En général, c = 1, et (2) s'écrit :

(3) $\eta = b_1 c + ... + b_K \xi_K + \varepsilon$ ou $\eta = b_1 + b_2 \xi_2 + ... + b_K \xi_K + \varepsilon$.

Lorsqu'on dispose de N **observations** du (1+K)-uple (η, ξ_1 , ... ξ_K), (3) s'écrit classiquement sous forme matricielle (ou « **forme observée** » dans un **espace d'observation**) :

(4) $y = X b + u$,

avec $X b = \Sigma_{b=1}^K b_k x_k = b_1 e_N + \Sigma_{b=2}^K b_k x_k$, puisque $x_1 = e_N = (1,..., 1)' \in \mathbf{R}^N$.

Ce vecteur (ou **premier vecteur bissecteur** de $\mathbf{R}^N$) $x_1 = e_N$ est aussi appelé **constante** du modèle (4). Si l'on note :

(5) $y = b_1 e_N + X^* b^* + u$, avec $X^* = [x_2 ,..., x_K]$, E u = 0 et $V u = \sigma^2 . I_N$,

et si P est la (N,N)-**matrice de centrage par rapport à la moyenne**, on montre que l'**estimateur des moindres carrés ordinaires** du paramètre $c \in \mathbf{R}^{K-1}$ dans le **modèle centré** :

(6) $P y = P X c + v$, avec E v = 0, $V v = \sigma_v^2 . I_N$,

est identique à l'estimateur des mco du paramètre $b_{2K} = (b_2 ,..., b_K)' = pr_{2...K}\, b$ dans le modèle (5).