

CONTRAİNTE STOCHASTIQUE (A11, G, H, J, N)

(13 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) En mathématique, un problème d'**optimisation** comportant des contraintes **aléatoires** est appelé **problème d'optimisation stochastique**.

Ainsi, au lieu d'écrire un problème de **programmation mathématique** sous la forme usuelle (ie à contrainte fixe, ou déterministe) :

$$(1) \quad \text{opt } f(x) \quad \text{sous } x \in C,$$

on peut l'exprimer sous la forme :

$$(2) \quad \text{opt } f(x) \quad \text{sous } P([x \in C]) \geq p,$$

où C est une **partie aléatoire** (cf aussi **probabilité géométrique**).

Autrement dit, E est muni d'une **tribu** $\mathcal{B}(E)$ sur laquelle est définie une **mesure de probabilité** P , et l'on astreint C à recouvrir x avec une probabilité p donnée (en général, $p \gg 0$) (cf aussi **coefficient de recouvrement**). Lorsque $P = \delta_x$ (**loi de DIRAC** chargeant le point x), on retrouve le programme usuel (1).

Un programme peut aussi, par ailleurs, admettre une forme stochastique tq :

$$(3) \quad \text{opt } f(\xi) \quad \text{sous } \xi \in C,$$

où ξ est une **va** donnée à valeurs dans E et dont la **loi** est P^ξ . Ici, C n'est pas (en général) aléatoire. En pratique, on traite ce type de programme en optimisant eg l'espérance $E f(\xi)$ sous la contrainte $E \xi \in C$.

(ii) En **Statistique**, des **observations** (resp des **paramètres**) peuvent être reliés entre eux par des (in)équations à caractère aléatoire, dites **contraintes stochastiques**.

Ainsi en est-il des observations (resp des paramètres) relié(e)s entre elles (resp entre eux) par des **coefficients** aléatoires (dont la loi est soit donnée, soit à estimer). Ceci est souvent le cas du **modèle linéaire** ou du **modèle non linéaire**, ou encore d'un **processus** dont l'équation d'évolution (dans l'espace des états) est une **équation différentielle stochastique**.