

CONTRASTE (G, H, J)

(13 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion de **contraste** est typique de l'étude du **modèle linéaire** (**modèle de régression linéaire**, **modèle d'analyse de la variance** ou **modèle d'analyse de la covariance**).

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{F}, P_\theta)_{\theta \in \Theta}$ un **modèle statistique** tq $\Theta \subset \mathbf{R}^Q$.

On appelle **contraste** du vecteur $\theta \in \Theta$ l'image (scalaire) τ de θ par une **forme linéaire** h sur \mathbf{R}^Q tq $h' \theta = 0$, ie :

$$(1) \quad \tau = h(\theta) = h' \theta, \quad \text{avec } h' e_Q = 0 \text{ et } e_Q = (1, \dots, 1)',$$

en notant aussi bien h la forme linéaire que le vecteur de ses coefficients $(h_1, \dots, h_Q)'$ dans la **base canonique**.

De façon explicite, un contraste s'écrit sous la forme :

$$(2) \quad \tau = \sum_{q=1}^Q h_q c_q, \quad \text{avec } \sum_{q=1}^Q h_q = 0.$$

On dit que h^1 et h^2 deux **contrastes orthogonaux** ssi $(h^1)' h^2 = 0$.

(ii) Plus généralement, si $h \in \text{Hom}(\mathbf{R}^Q, \mathbf{R}^S)$ (**homomorphisme**) admet une (S, Q) -**matrice** H tq $H e_Q = 0$, on appelle **contraste (vectoriel)** du vecteur θ l'image $\tau \in \mathbf{R}^S$ de θ par H , ie :

$$(3) \quad \tau = H \theta, \quad \text{avec } H e_Q = 0.$$

(iii) En général, un contraste (ie h ou H) est une donnée d'un problème, notamment dans un **problème d'estimation** ou un **problème de test** (ie le contraste est connu).

Ainsi, un **modèle d'analyse de la variance**, mis sous forme standard $y = X b + u$, est tq le paramètre b n'est pas directement estimable (le plus souvent parce que $\text{rg } X < K$) mais peuvent admettre des **contrastes estimables** (cf **estimabilité**).