

## CONVERGENCE SIMPLE (A4)

(05 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Soit  $E$  un **ensemble** quelconque,  $(F, \mathcal{G})$  un **espace topologique** séparé (cf **espace séparé**) et  $f = (f_n)_{n \in \mathbf{N}}$  une **suite d'applications**  $f_n : E \mapsto F$ .

On dit que  $f$  **converge simplement**, ou **converge ponctuellement**, vers une application  $f_\infty : E \mapsto F$  lorsque  $n \rightarrow +\infty$  ssi :

$$(1) \quad \lim_n f_n(x) = f_\infty(x), \quad \forall x \in E.$$

Autrement dit, en tout point  $x \in E$ , la suite  $f(x) = (f_n(x))_{n \in \mathbf{N}}$  est une suite convergente d'éléments de  $F$ .

On dit aussi que  $f_\infty$  est la **limite simple**, ou **limite ponctuelle**, de  $f$  et que la topologie produit induite sur  $F^E = \mathcal{A}(E, F)$  est la **topologie de la convergence simple**, ou **topologie de la convergence ponctuelle**.

On note  $\lim_n f_n \rightarrow^s f_\infty$ , ou  $f_n \rightarrow^s f_\infty$  ou simplement  $f_n \rightarrow f_\infty$  (ou encore  $f \rightarrow f_\infty$ ) ce type de convergence.