CONVERGENCE STOCHASTIQUE (B, E, F,)
(05 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Une **convergence stochastique** est une convergence au sein d'un espace de **variables aléatoires**. Cet espace est, en général, muni d'une **topologie**, donc d'une **tribu** implicitement associée, et la convergence considérée est relative à ces **structures**.

(i) Le cadre formel comporte :

(a) un **espace probabilisé** $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ et un **espace mesurable** auxiliaire $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ (eg un **espace d'observation**) ;

(b) une **famille** $X = (X_i)_{i \in I}$ de **variables aléatoires** $X_i : \Omega \mapsto \mathcal{X}$ ($\forall$ i $\in$ I, où I est un ensemble d'**indices** quelconque), constituant souvent un **espace vectoriel topologique** sur un corps topologique **K**, ou incluse dans une partie $\mathcal{V}$ de l'ensemble $\mathcal{A}(\Omega, \mathcal{X})$ des applications de Ω dans $\mathcal{X}$ qui sont des va, ie qui sont $(\mathcal{T},\mathcal{B})$-mesurables (cf **application mesurable**) ;

(c) une **topologie** $\mathcal{O}$ sur $\mathcal{X}$ (resp sur $\mathcal{V}$) à partir de laquelle on définit la **convergence** dans $\mathcal{X}$ (resp dans $\mathcal{V}$).

(ii) Si $\mathcal{X}$ (resp $\mathcal{V}$) est un **espace métrique**, on suppose souvent que $\mathcal{X}$ (resp $\mathcal{V}$) est fermé pour le type de convergence considéré : ie les limites des sous-familles $X_J = (X_j)_{j \in J}$ (où $J \subset I$) de $\mathcal{X}$ (resp des parties V de $\mathcal{V}$, ou des suites $(X_n)_{n \in \mathbf{N}}$ d'éléments $X_n \in \mathcal{V}$) appartiennent donc à $\mathcal{X}$ (resp à $\mathcal{V}$).

(iii) Les exemples les plus courants de convergence stochastique sont :

(a) la **convergence dans** $\mathbf{L^p}$ (ou convergence en moyenne d'ordre p). En particulier, la **convergence en moyenne quadratique** (ie dans L^2) est d'usage courant ;

(b) la **convergence en probabilité** ;

(c) la **convergence presque sûre**.