CONVERGENCE VAGUE (A5, B)

(05 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $\mu = (\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une **suite de mesures positives** sur $\mathcal{B}(\mathbb{R}^K)$ (**tribu borélienne** de $\mathbb{R}^K$).

On dit que μ **converge vaguement** vers une mesure positive finie μ_∞ lorsque $n \rightarrow +\infty$ ssi :

$$(1) \quad \lim_n \int f d\mu_n = \int f d\mu_\infty, \quad \forall f \in \mathcal{G}_k(\mathbb{R}^K, \mathbb{R}),$$

où $\mathcal{G}_k(\mathbb{R}^K, \mathbb{R})$ représente l'espace des fonctions continues à support compact dans $\mathbb{R}$ (cf **application continue**, **support d'une fonction**, **partie compacte**).

(ii) En **calcul des probabilités**, les mesures μ_n et μ_∞ sont des **mesures de probabilité** (resp P_n et P_∞) sur $\mathcal{B}(\mathbb{R}^K)$ et l'on montre que (1) équivaut à la propriété suivante :

$$(2) \quad \lim_n P_n(B) = P_\infty(B), \quad \forall B \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^K) \text{ tq } P_\infty(\partial B) = 0$$

(ie la **frontière** de B est P_∞ -négligeable).