CORRÉLATION ENTRE ÉVÉNEMENTS (B4, D2)
(21 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit (Ω, $\mathcal{T}$, P) un **espace probabilisé** et A et B deux **événements aléatoires** (éléments de $\mathcal{T}$) supposés non indépendants (ie P(A) . P(B) $\neq$ 0) (cf **dépendance**, **dépendance stochastique**).

Le **théorème des probabilités composées** :

(1) $$P (A \cap B) = P (A) . P (B / A) = P (B) . P (A / B)$$

permet de définir un **indice de corrélation**, ou **indice de spécificité**, entre A et B selon :

(2) $$\gamma_{AB} = P (A \cap B) / \{P(A) . P(B)\} = P (B / A) / P (A) = P (A / B) / P (B).$$

P étant à valeurs dans [0, 1], γ_{AB} est à valeurs dans $\mathbf{R}_+$.

(ii) Par suite :

(a) si $\gamma_{AB} \in]0, 1[$, on dit qu'il existe une **corrélation inverse**, ou une **corrélation négative**, entre A et B : si A se réalise, il y a moins de chances que B se réalise puisque P (B / A) < P (B) ;

(b) si $\gamma_{AB} = 1$, on dit qu'il existe une **corrélation nulle**, ou qu'il y a **indépendance**, entre A et B, puisqu'alors P (A $\cap$ B) = P (A) . P(B) ;

(c) si $\gamma_{AB} \in]1, +\infty[$, on dit qu'il existe une **corrélation directe**, ou une **corrélation positive**, entre A et B : si A se réalise, il y a plus de chances que B se réalise puisqu'alors P (B / A) > P(A).

(iii) On utilise donc souvent γ_{AB} comme **indicateur de corrélation** entre événements, ainsi que ses transformés (par transformation monotone), eg :

(3) $$\lambda_{AB} = \text{Log}\, \gamma_{AB} = \text{Log}\, P (A \cap B) - \{\text{Log}\, P (A) + \text{Log}\, P (B)\}$$

(cf aussi **contingence**, **conditionnement**, **information**).