

DENSITÉ DE PRÉVISION (G3, G10)

(06 / 01 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Soit $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ un **modèle statistique** paramétré par $\theta \in \Theta$. On suppose que $(P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ est une **famille de lois dominée** par une **mesure positive** σ -finie μ définie sur \mathcal{B} et l'on note $f(\cdot, \theta) = dP_\theta^X / d\mu$ la **densité** (ou la **vraisemblance**) de P_θ^X par à μ . Soit \mathcal{B}_Θ une **tribu de parties** de Θ et Π une (mesure de) **probabilité a priori**, définie sur \mathcal{B}_Θ et dont la densité par à une mesure positive donnée ν est notée h . La densité a posteriori s'écrit (cf **théorème de BAYES**) :

$$(1) \quad q^x(\theta) \text{ ou } q(\theta / x) = \{f_X(x)\}^{-1} \cdot f(x, \theta) \cdot p(\theta),$$

$$\text{où } f_X(x) = \int_{\Theta} f(x, \theta) d\Pi(\theta).$$

On appelle alors **densité de prévision**, ou **densité de prédiction**, ou **densité prédictive**, ou encore **densité prévisionnelle**, (au sens) de **T. BAYES** d'une va Y sachant que $[X = x]$ la densité définie par :

$$(2) \quad g_{Y/X=x}(y) \text{ ou } g(y / X = x) = \int_{\Theta} g(y, \theta) q(\theta / x) d\theta,$$

où g est la densité de la va Y .

La variable X joue ainsi le rôle de **variable informative** dont la réalisation permet de préciser le comportement (futur) de la variable Y que l'on veut prévoir.

Le diagramme suivant illustre les relations entre concepts.

