DÉPENDANCE QUADRANGULAIRE (D2)
(21 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé**, $\zeta = (\xi, \eta) : \Omega \mapsto \mathbf{R}^2$ un **couple aléatoire** réel de loi P^{ζ}. On note P^{ξ} (resp P^{η}) la loi propre (ie la **loi marginale**) de ξ (resp η).

On appelle **quadrant Sud Ouest** de Ω l'**ensemble** :

$(1)_{\Omega}$ $\quad A = \{\omega \in \Omega : \xi(\omega) \leq x, \eta(\omega) \leq y\} \in \mathcal{T}$,

et **quadrant Sud Ouest** de $\mathbf{R}^2$ l'ensemble :

$(1)_{\mathbf{R}2}$ $\quad B = \{(t, u) \in \mathbf{R}^2 : t \leq x, u \leq y\} \in \mathcal{B}(\mathbf{R}^2)$.

On appelle alors **dépendance positive (au sens de E.L. LEHMANN)** la propriété suivante :

$(2)_P$ $\quad P([\xi \leq x] \cap [\eta \leq y]) \geq P([\xi \leq x]) \, . \, P([\eta \leq y]), \qquad \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$,

ou encore, en termes de **fonction de répartition** :

$(2)_F$ $\quad F(x, y) \geq F_{\xi}(x) \, . \, F_{\eta}(y), \quad \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$,

où F désigne la fr du couple (ξ, η) et F_{ξ} (resp F_{η}) la fr (marginale) de ξ (resp η).

(ii) La **dépendance négative (au sens de E.L. LEHMANN)** se définit, de façon analogue, selon :

$(3)_P$ $\quad P([\xi \leq x] \cap [\eta \leq y]) \leq P([\xi \leq x]) P([\eta \leq y]), \quad \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$,

ou encore selon :

$(3)_F$ $\quad F(x, y) \leq F_{\xi}(x) \, . \, F_{\eta}(y), \quad \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.

Ces notions de dépendance permettent de définir l'**indice de dépendance** suivant :

$(4)_F$ $\quad d_L = F(x, y) / \{F_{\xi}(x) \, . \, F_{\eta}(y)\}, \quad \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2 : F_{\xi}(x) \, . \, F_{\eta}(y) \neq 0$.

(iii) Les deux types de dépendance précédents s'appellent aussi **dépendance quadrangulaire**, ou **dépendance du quadrant**.