DIAGRAMME DE LEXIS (I)
(06 / 01 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Le **diagramme de LEXIS** est utilisé dans l'analyse des problèmes de survie des **unités** constituant une **population**, donc aussi de la survie de la population elle-même (cf **fonction de survie**). Elle est utilisée notamment en écologie (eg populations animales) ou en sociologie (démographie).

(i) Soit $(T , \leq)$ un **groupe algébrique** additif totalement ordonné (cf **groupe ordonné**) représentant le **temps**, $\Omega_{g , t}$ un ensemble (fini) d'**unités statistiques** (eg une **population** d'individus) suivies au cours du temps t à partir d'une date $g \in T$ (avec $t \geq g$) et $(\mathscr{X}, \mathscr{B})$ un **espace d'observation**. On observe ainsi, sur chaque **unité** $\omega \in \Omega_{g , t}$, une grandeur $X (g, t, \omega)$ à valeurs dans $\mathscr{X}$. Dans cette **situation statistique**, on suppose que toute unité ω de $\Omega_{g , t}$ ne peut que disparaître (**phénomène** de mortalité).

La « date » g est appelée **génération** de la **cohorte initiale** $\Omega_{g , g}$ (cohorte en début de vie) ; l'instant $t \geq g$ est appelé **période d'observation**, ou **moment d'observation** de la cohorte g ; enfin, $\forall t \geq g$, la différence $a = t - g$ est appelée **âge de la cohorte** à la date t.

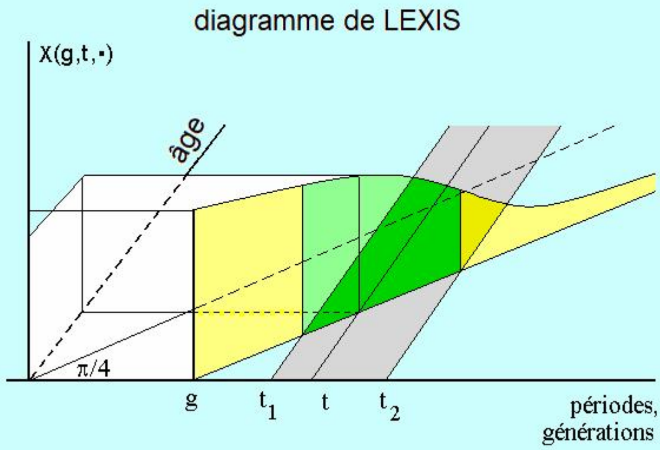
On dit aussi que g est la **date de naissance**, ou la **génération**, de l'unité ω, et que t est sa **date de survie** (courante). La différence $a = t - g$ est appelée **âge**, ou **durée de vie** (courante), de ω.

(ii) Le cas le plus simple correspond à des dénombrements relatifs à chaque cohorte g. Dans ce cas, $\mathscr{X} = \mathbf{N}$ et X est la fonction constante égale à 1 (cf **application constante**). Le nombre $\sum_{\omega \in \Omega(g) , t} X (g, t, \omega)$ représente alors le nombre d'unités (cardinal) de $\Omega_{g , t}$ survivant à la période $t \geq g$, ie Card $\Omega_{g , t}$.

Le nombre Card $\Omega_{g , t}$ est appelé **effectif de la cohorte** g à l'instant t ; Card $\Omega_{g , g}$ est l'**effectif initial** de la cohorte g.

On appelle **diagramme de W.H.R.A. LEXIS** la représentation du lien entre l'effectif $\sum_{\omega \in \Omega(g) , t} X (g, t, \omega)$ de la cohorte g, l'âge $a = t - g$ de ses survivants du moment et la période t (ou génération g) d'observation (on note par commodité $\Omega(g)$ pour désigner Ω_g).

Cette notion peut se représenter en 3 dimensions (cf graphique ci-dessous).



(iii) Entre deux périodes s ≥ g et t ≥ s, l'ensemble $\Omega_{g\,,\,t}$ passe de l'état $\Omega_{g\,,\,s}$ à l'état $\Omega_{g\,,\,t}$ et sa cardinalité varie de Card $\Omega_{g\,,\,t}$ - Card $\Omega_{g\,,\,s} \leq 0$ (mortalité entre périodes). La fonction :

(1) S : a $\mapsto$ Card $\Omega_{g\,,\,g+a}$ / Card $\Omega_{g\,,\,g}$

est une **fonction de survie** (cf graphique précédent, avec X (g, t, .) = Σ_ω X (g, t, ω) = card $\Omega_{g\,,\,t}$). Elle est donc décroissante et vérifie $0 \leq S \leq 1$.

(iv) On appelle **diagramme de W.H.R.A. LEXIS étendu** la représentation du lien entre la « valeur » $\Sigma_{\omega\,\in\,\Omega(g)\,,\,t}$ X (g, t, ω) observée sur les membres de la cohorte g, l'âge a = t - g de ses survivants du moment et la période t (ou génération g) d'observation.

Ainsi, la grandeur (cf **variable**) X observée sur les unités statistiques permet de calculer divers agrégats $\Sigma_{\omega\,\in\,\Omega(g)\,,\,t}$ X (g, t, ω) relatif à chaque cohorte g au cours du temps t. Elle permet eg de comparer des situations relatives à deux cohortes successives g et h ≥ g.