DISTANCE DE FRÉCHET (C, E, N)
(14 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La **distance de FRÉCHET** est une distance entre **variables aléatoires** utilisée pour l'étude de questions diverses : **convergence stochastique**, propriétés des **processus**.

Soit $(\Omega, \mathcal{T}, \mathcal{P})$ un **modèle statistique**, $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}^K$ un **vecteur aléatoire** donné et $(\mathbf{R}^K, \mathcal{B}(\mathbf{R}^K), \mathcal{P}^{\xi})$ le **modèle image** du précédent par ξ. On note $\mathcal{F}^{\xi}$ l'ensemble des **fonctions de répartition** associé à $\mathcal{P}^{\xi}$.

On appelle alors **distance de M. FRÉCHET** sur $\mathcal{F}^{\xi}$ la **distance** δ définie par :

(1) $\quad \delta^2 (F_1 , F_2) = \inf_{(\xi(1), \xi(2)) \in \mathcal{M}} E ||\xi_1 - \xi_2||^2,$

où $\mathcal{M} = \{(\xi_1 , \xi_2) \in (\mathcal{L}_{\mathbf{R}K}{}^2)^2 : P_1{}^{\xi}$ a pour fr F_1 et $P_2{}^{\xi}$ a pour fr $F_2\}$ est l'ensemble des **couples aléatoires** dont les **lois marginales** sont fixées.

(ii) Lorsque $P_1{}^{\xi}$ et $P_2{}^{\xi}$ (donc F_1 et F_2) sont ainsi données a priori, la **fr** du couple (ξ_1 , ξ_2) qui minimise $E ||\xi_1 - \xi_2||^2$ dans (1) s'explicite selon :

(2) $\quad H = \inf (F_1 , F_2).$