

DISTANCE EN MOYENNE QUADRATIQUE (A5, C1, E)

(14 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La **distance en moyenne quadratique** est une distance définie sur un espace de fonctions, ou de **variables aléatoires**, qui sont de carré intégrable. C'est donc une **distance en moyenne d'ordre p** particulière, avec $p = 2$.

(i) Soit $\xi \in L_{\mathbb{R}}^2(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un **vecteur aléatoire** réel de carré intégrable.

La **norme** N_2 sur $L_{\mathbb{R}}^2$ est définie par :

$$(1) \quad N_2(\xi) = \left(\int \|\xi\|^2 dP \right)^{1/2} = (E_P \|\xi\|^2)^{1/2},$$

où E_P désigne un calcul d'espérance pr à P .

On appelle **distance en moyenne quadratique**, ou **distance dans $L_{\mathbb{R}}^2$** , ou même **L^2 -distance**, la distance induite par N_2 , ie la distance définie selon :

$$(2) \quad d_2(\xi, \eta) = N_2(\xi - \eta).$$

(ii) Dans (1), la norme $\|\cdot\|$ est généralement la **norme** euclidienne $h \mapsto \|h\|$, avec $\|h\|^2 = h' h$.