

DISTANCE ENTRE VARIABLES ALÉATOIRES (A4, K9)

(14 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

On peut définir une distance entre **variables aléatoires** de plusieurs manières.

(i) De façon générale, si (Ω, \mathcal{F}, P) est un **espace probabilisé**, (\mathcal{X}, d) un **espace métrique** séparable muni de sa **tribu borélienne** \mathcal{B} et $\mathcal{M}(\Omega, \mathcal{X})$ l'espace des va $\xi : \Omega \mapsto \mathcal{X}$, l'application $\delta : \mathcal{M}(\Omega, \mathcal{X}) \mapsto \mathbf{R}_+$ est une **distance** sur $\mathcal{M}(\Omega, \mathcal{X})$ ssi elle vérifie les trois axiomes usuels suivants :

$$(a) \delta(\xi, \eta) = 0 \Leftrightarrow \xi = \eta \text{ (P-p.s.) ;}$$

$$(b) \delta(\eta, \xi) = \delta(\xi, \eta) \text{ (symétrie) ;}$$

$$(c) \delta(\xi, \zeta) \leq \delta(\xi, \eta) + \delta(\eta, \zeta) \text{ (inégalité du triangle), pour tout triplet } (\xi, \eta, \zeta) \in (\mathcal{M}(\Omega, \mathcal{X}))^3 .$$

(ii) Des exemples de distances de ce type sont la **distance de FAN**, la **distance en moyenne d'ordre p**.