

## DOSE EFFECTIVE (L, O16)

(13 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Expression qui se rencontre notamment dans l'étude de l'influence d'un traitement (**stimulus**) sur le résultat (réponse ou réaction)  $\eta$  observé sur des **unités statistiques**  $n \in \mathbb{N}_N^*$  (bio-expérimentation en biologie).

(i) Le **modèle** de base postule que la réponse  $Y_n$  observée sur l'**unité expérimentale**  $n$ , et correspondant à un niveau  $X_n$  du **traitement**, résulte d'un schéma de **tirage bernoullien** comme suit :

(a) la réponse  $\eta$  est de type « quantal » (cf **variable quantale**), ie  $\eta : \Omega \mapsto \{0, 1\}$  (rien ou tout, inertie ou réaction, etc). Par suite,  $Y = (Y_1, \dots, Y_N) \in \{0, 1\}^N$  ;

(b) la probabilité de la réponse dépend du niveau du traitement, ce qui définit une fonction  $p : \mathbf{R} \mapsto [0, 1]$  dont le graphe est appelé **courbe « dose-réponse »**, ou **courbe « traitement-résultat »** ;

(c) la loi  $\mathcal{L}(Y_n)$  de  $Y_n$  est la **loi de BERNOULLI** de **paramètre**  $p(X_n)$ , ie la  $P$  définie,  $\forall n \in \mathbb{N}_N^*$ , par :

$$(1) \quad P(Y_n = y) = \sum_{y=1}^N \{p(X_n)\}^y \{1 - p(X_n)\}^{1-y} ;$$

(d) les  $Y_n$  sont indépendantes entre elles.

On peut donc calculer la **vraisemblance** :

$$(2) \quad L(Y) = \prod_n \mathcal{L}(Y_n),$$

avec  $\mathcal{L}(Y_n) = \mathcal{B}(1, p(X_n))$  (loi de BERNOULLI de paramètre  $p(X_n)$ ).

(ii) L'objet de l'analyse statistique consiste à estimer  $p$  ou une **fonctionnelle** de  $p$  (cf **modèle Logit**, **modèle Probit**).

Ainsi, si  $p$  est strictement croissante, alors  $\forall \alpha \in ]0, 1[$ , la fonctionnelle  $p \mapsto p^{-1}(\alpha)$  est dite **dose effective d'ordre  $\alpha$**  (eg **dose effective médiane** si  $\alpha = 1/2$ ).

Si  $p$  est estimée selon un **estimateur**  $p_N$ , alors  $p^{-1}(\alpha)$  est souvent naturellement estimée par  $p_N^{-1}(\alpha)$  (cf **statistique naturelle**).