

ÉCART DE PRÉVISION (C5, G10, J9, N6)

(04 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion d'**écart de prévision** est utilisée notamment dans le cadre du **modèle de régression** et de modèles similaires, ainsi que dans celui des **processus** (cf **prévision, prévision dans un modèle statistique, prévision d'un processus**).

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ un **modèle statistique**, $(\mathcal{X}, \|\cdot\|)$ un **espace de BANACH**, $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ l'**espace mesurable** associé (dans lequel \mathcal{B} est la **tribu borélienne**) et $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, \mathcal{P}^X)$ le **modèle image** du précédent par une **va**, ou par un **échantillon**, $X : \Omega \mapsto \mathcal{X}$. Soit $(\Gamma, \mathcal{B}_\Gamma)$ un espace de caractéristiques légales, $c : \mathcal{P}^X \mapsto \Gamma$ une application caractéristique et $\gamma = c(\mathcal{P}^X)$ une **caractéristique** associée à la **loi** \mathcal{P}^X . On suppose que γ est une caractéristique de **centralité** (eg **espérance, mode** ou **médiane**, lorsque celles-ci sont définies), donc que $(\Gamma, \mathcal{B}_\Gamma) = (\mathcal{X}, \mathcal{B})$, et l'on note $T = t(X)$ un **estimateur** de γ .

On appelle alors **écart de prévision**, ou **erreur de prévision**, ou **écart de prédiction**, ou encore **erreur de prédiction**, portant sur X la **va** différence entre va :

$$(1) \quad D = X - T = (X - \gamma) + (\gamma - T).$$

ou parfois la **va** centrée :

$$(1)' \quad D = X - \gamma = (X - T) + (T - \gamma).$$

(ii) Par suite, on peut définir différentes mesures de la **valeur centrale** ou de la **variabilité** de D . Par exemple :

(a) si D est intégrable, elle vaut en moyenne $E D$, grandeur nulle si T est un **estimateur sans biais** (car alors $E D = E X - E \gamma = 0$) (cf **biais**) ;

(b) si D est de carré intégrable, l'**écart quadratique moyen de prévision** (ou **écart quadratique moyen de prédiction**), ou encore **erreur quadratique moyenne de prévision** (ou **erreur quadratique moyenne de prédiction**) est défini(e) selon (cf **écart quadratique moyen**) :

$$(2) \quad Q_D = E D D' \text{ (forme « vectorielle »),}$$

ou selon :

$$(3) \quad Q_D = E \|D\|^2 \text{ (forme « scalaire »),}$$

avec $E \|D\|^2 = E (\text{tr } D D') = \text{tr} (E D D')$.