ÉCART MÉDIAN (C5, F3)
(04 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

L'écart médian est une **caractéristique** de **dispersion** d'une **va** (ou de sa loi).

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ une **vars** intégrable, de **loi** P^{ξ}.

On appelle **écart médian (théorique)** pr à $\alpha \in \mathbf{R}$ le nombre réel :

(1) $$e_{\alpha} = Q_{1/2} |\xi - \alpha|,$$

ie la **médiane** (lorsqu'elle existe) de la va $|\xi - \alpha|$.

Ce nombre peut se comparer eg à l'**écart absolu moyen**.

(ii) Soit $X = (X_1, ..., X_N)$ un **échantillon iid** comme ξ et $a \in \mathbf{R}$.

L'**écart médian (empirique) pr à a** est alors défini comme la **statistique** :

(2) $$e_a = q_{1/2} \{|X_n - a|, ..., |X_N - a|\},$$

ie comme la **médiane empirique** des écarts $|X_n - a|$ $(n = 1, ..., N)$, que l'on peut noter symboliquement $q_{1/2} (|X - a|)$.

(iii) En pratique a est une va (ou une statistique) $a_N (X)$ à valeurs dans $\mathbf{R}$, et qui peut donc dépendre de X (eg médiane empirique de X). Par suite, l'écart médian s'écrit :

(3) $$e_{a,N} = q_{1/2} \{|X_n - a_N (X)|, ..., |X_N - a_N (X)|\},$$

ou symboliquement $q_{1/2} (|X - a_N (X)|)$.

Cette statistique constitue un **estimateur** naturel de e_{α} (cf **statistique naturelle**).

En particulier, si $\alpha = Q_{1/2}\, \xi$ (**médiane** de ξ) et si P^{ξ} est une **loi symétrique**, on estime souvent e_{α} à l'aide de la semi-**étendue** interquartile, définie par :

(4) $$S_{Q,2} = (Q_{3/4} X - Q_{1/4} X) / 2.$$