ÉCART SIMULTANÉ (D2, F1)
(04 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $\zeta = (\xi, \eta) : \Omega \mapsto \mathbf{R}^2$ un **vecteur aléatoire** et $Z = (Z_1, ..., Z_N)$, avec $Z_n = (X_n, Y_n)$ ($\forall\ n \in N_N^*$), un N-**échantillon** issu de ζ. Soit $(\alpha, \beta) \in \mathbf{R}^2$ un vecteur donné. On définit le couple (ou vecteur) d'**écart** entre (ξ, η) et (α, β) selon :

(1) $\quad (\varepsilon, \varphi) = (\xi - \alpha, \eta - \beta)$.

On dit alors que ε et φ ont un **écart simultané**, ou un **écart de même sens**, ssi :

(2) $\quad \text{sgn}\ \varepsilon = \text{sgn}\ \varphi$.

(ii) Si l'on pose :

(3) $\quad \begin{cases} E_n = X_n - \alpha, \\ F_n = Y_n - \beta, \end{cases} \qquad \forall\ n \in N_N^*,$

ainsi que $u = \mathbf{1}_{\mathbf{R}+}$ (**fonction de HEAVYSIDE**), on montre que, si $\zeta \sim \mathcal{N}_2\ (\mu, \Sigma)$ (**loi normale**), la **statistique** :

(4) $\quad R_N = N^{-1} . \Sigma_n\ u\ (E_n) . u\ (F_n)$ $\qquad$ (proportion d'écarts simultanés)

est tq sa transformée :

(5) $\quad S_N = \sin \{(\pi / 2)\ R_N\}$

constitue un **estimateur** du **coefficient de corrélation linéaire** $\rho_{\xi\eta} = C\ (\xi, \eta) / (\sigma_\xi . \sigma_\eta)$.