

## ÉCART-TYPE (C5, F3)

(07 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Un **écart-type**, ou **écart type**, est un indicateur de **dispersion** commun, souvent rapporté à la **moyenne** (cf **coefficient de variation**).

(i) Soit  $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}$  une **vars** de carré intégrable ( $\xi \in L^2_{\mathbf{R}}(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ) de **loi**  $P^\xi$ , dont la **variance** est  $V \xi$ .

L'**écart-type (théorique)** de  $\xi$  (ou de  $P^\xi$ ) est défini comme la racine carrée positive de  $V \xi$ , ie :

$$(1) \quad \sigma_\xi = (V \xi)^{1/2}.$$

Si aucune ambiguïté n'en résulte,  $\sigma_\xi$  se note simplement  $\sigma$ .

L'écart-type d'une va est un scalaire de même dimension (pr aux **unités de mesure**) que la va elle-même.

(ii) Soit  $X = (X_1, \dots, X_N)$  un **échantillon iid** issu de  $\xi$  (**variable parente**).

L'**écart-type (empirique)** de  $X$  (ou de  $\xi$ ), noté  $S_N$  (ou  $s_N$ ), est défini en sorte que (cf **variance empirique**) :

$$(2) \quad S_N^2 = N^{-1} \sum_n (X_n - \bar{X}_N)^2 = X' P X / e_N' e_N, \quad \text{ou } S_N^2 = (e_N' e_N)^{-1} X' P X,$$

avec  $\text{sgn } S_N = +1$ , en notant  $X$  en vecteur colonne.

(iii) La **variance empirique corrigée** :

$$(3) \quad S_N^{2'} = N \cdot (N - 1)^{-1} \cdot S_N^2$$

est un **estimateur sans biais** de  $\sigma_\xi^2 = V \xi$  (ie  $E S_N^{2'} = \sigma_\xi^2$ ). Par contre (cf **inégalité de JENSEN**)  $E S_N' \neq \sigma_\xi$ .

(iv) Comme l'**espérance mathématique**, dont il se déduit, l'écart-type est une notion relativement bien adaptée à l'étude de la **dispersion** d'une **loi symétrique**. Il intervient donc souvent dans les questions de **test** ou d'**intervalle de confiance**.

Mais il ne s'impose plus nécessairement dans le cas de lois dissymétriques (cf **asymétrie**, **coefficient d'asymétrie**). Dans ce cas, on peut substituer :

(a) la **médiane** ou le **mode** à l'espérance (ou à la moyenne) ;

(b) un **intervalle interquantilaire** à l'écart-type.

Par suite, le **coefficient de variation** doit être redéfini (eg médiane rapportée à un intervalle interquantilaire).

