ÉCHELLE DE MESURE (A10, C2, C3, K2)
(07 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Une **échelle de mesure** fait référence aux valeurs prises par une **variable statistique** (cf aussi **mesure**).

(i) Ainsi, étant donné deux **espaces mesurables**, $(\Omega, \mathcal{T})$ et $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$, ainsi qu'une **va** $\xi : \Omega \mapsto \mathcal{X}$, on dit que :

(a) $\mathcal{X}$ est une **échelle ordinale** ssi il existe une **relation d'ordre** (ou seulement de **préordre**) $\prec$ sur $\mathcal{X}$, ie ssi $(\mathcal{X}, \prec)$ est un **ensemble** (pré)ordonné.

L'ordre (ou le préordre) peut être total ou partiel, strict ou large (auquel cas on note souvent $\leq$ au lieu de $\prec$). Par suite, pour tout couple $(\omega', \omega'') \in \Omega^2$, on peut comparer les valeurs $\xi(\omega')$ et $\xi(\omega'')$;

(b) $\mathcal{X}$ est une **échelle cardinale** (ou parfois une **échelle nominale**) ssi $\mathcal{X} \subset \mathbf{N}$ (ou même, par extension, $\mathcal{X} \subset \mathbf{Z}$, ou $\mathbf{Q}$ ou $\mathbf{R}$). Autrement dit, lorsque $\mathcal{X} \subset \mathbf{N}$, on peut « compter » le nombre d'éléments d'une partie B de $\mathcal{X}$ (si $B \in \mathcal{B}$, alors Card $B \in \mathbf{N}$).

(ii) Un **changement d'échelle** consiste en un **changement de variable** : il consiste en une **transformation des données**. Ainsi, si $(\mathcal{Y}, \mathcal{C})$ est une autre échelle, un changement d'échelle est une **application** $(\mathcal{B},\mathcal{C})$-mesurable $\varphi : \mathcal{X} \mapsto \mathcal{Y}$ qui permet de passer des valeurs « mesurées » (ou « mesures ») $\xi(\omega)$ aux nouvelles valeurs $(\varphi \circ \xi)(\omega) = \varphi(\xi(\omega))$.

Les changements d'échelles sont parfois des inconnues d'un **problème statistique** (eg en **analyse factorielle**) : il s'agit souvent de déterminer un changement permettant de simplifier ou d'optimiser une procédure.

(a) une échelle ordinale se conserve par toute transformation φ croissante. On considère souvent comme équivalentes deux échelles différant entre elles par une telle transformation (cf aussi **quantile**).

Ainsi, $(\mathbf{N}, \leq)$ et $(\mathbf{R}, \leq)$ sont deux échelles ordinales très usitées ;

(b) une échelle cardinale est souvent transformée par une **application bijective** (ou parfois seulement par une **application injective**) φ. On considère alors comme équivalentes deux échelles différant entre elles par une telle transformation (cf aussi **mesure de comptage**, **mode**, **tableau statistique**).

Ainsi, $(\mathbf{N}, +)$ et $(\mathbf{R}, +)$ sont deux échelles cardinales d'usage courant.

(iii) La nature d'une échelle se relie directement à la nature de l'ensemble des valeurs prises par une **variable aléatoire** : **variable quantitative** (ou cardinale, ou encore numérique) ou **variable qualitative** (cf **variable nominale**, **variable ordinale**).