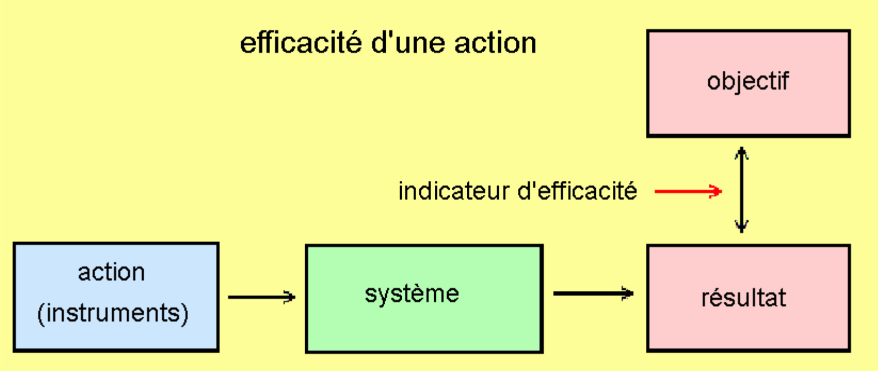
EFFICACITÉ (G4, H5, I6, J6, L6, M6)
(07 / 01 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

De façon générale, l'**efficacité** d'une décision, ou **d'une action** relie les résultats de cette action aux objectifs recherchés (comparer à la notion d'**efficience**). Un **indicateur d'efficacité** de l'action peut alors être calculé à l'aide d'une **distance** (ou d'une notion semblable) entre les résultats et l'objectif, au moins lorsqu'ils sont quantifiables (cf schéma ci-dessous).



(i) Soit $\{(\Omega, \mathcal{T}, (P_\theta)_{\theta \in \Theta}), (D, \mathcal{B}_D), L\}$ est un **problème de décision** statistique.

Dans ce cadre, l'objectif consiste à connaître le **paramètre** θ par **optimisation** (minimisation) de la **fonction de perte** L, ce qui conduit à une **règle de décision** « optimale » $\delta^\#$ (X), où X est l'**information** (ou l'**observation**) disponible.

L'**efficacité** peut alors être définie par une distance d reliant $\delta^\#$ (X) au paramètre (inconnu) θ, soit par d ($\delta^\#$ (X), θ).

(ii) Plus spécifiquement, la notion d' **« efficacité »** se réfère souvent, en **Statistique**, à la qualité (ou à la validité) d'une **procédure statistique**, notamment relativement à une autre : il s'agit donc, le plus souvent, d'une notion d'**efficacité relative** entre procédures (au sein d'un ensemble, souvent fini, de procédures). Lorsque la taille d'échantillon augmente, on étudie aussi l'**efficacité asymptotique** de la procédure.

Ainsi :

(a) en **théorie de l'estimation**, l'**estimateur** T_N' d'un **paramètre** θ sera dit **plus efficace** que l'estimateur T_N'' ssi eg sa **dispersion** (**variance**, dans le cas d'un paramètre scalaire, **matrice de covariance** dans le cas d'un paramètre vectoriel) est moindre.

$(a)_1$ dans le cas d'un « petit » échantillon (ou à distance finie : $N < +\infty$), on ajoute généralement une condition d'absence de **biais** (ie $E_\theta\, T_N' = T_N'' = \theta, \forall\ \theta$ et $\forall$ N) (cf **efficacité relative entre estimateurs**, **estimateur sans biais**).

$(a)_2$ dans le cas d'un « grand » échantillon (ie : $N >> 0$ ou, asymptotiquement, $N \to \infty$), on suppose :

(1) soit que chaque estimateur est asymptotiquement sans biais (ie que $\lim_N E_\theta T_N' = \lim_N E_\theta T_N'' = \theta, \forall \theta$) (cf **biais asymptotique**) ;

(2) soit que c'est un **estimateur convergent** (en probabilité ou presque sûrement) vers la vraie valeur de θ. Dans ce dernier cas, on parle d'**efficacité (relative) asymptotique** lorsque la taille N de l'échantillon tend vers l'infini (cf **estimateur asymptotiquement efficace**, **efficacité relative asymptotique entre estimateurs**).

Si deux estimateurs donnés, $T_{N(1)}'$ et $T_{N(2)}''$, sont fondés sur des échantillons de tailles différentes $N_2 \neq N_1$ (l'un des échantillons pouvant être inclus dans l'autre), l'efficacité (relative) se définit aussi comme le rapport N_1 / N_2 (où $N_1 \leq N_2$) tq $T_{N(1)}'$ et $T_{N(2)}''$ aient même dispersion. Dans l'étude asymptotique, l'**efficacité (relative) asymptotique** est définie par la limite $\lim_{\min (N(1),N(2)) \to +\infty} N_1 / N_2$ (où N(i) désigne N_i , i = 1, 2) ;

(b) en **théorie des tests**, on peut mesurer l'**efficacité relative** :

$(b)_1$ soit de façon **« locale »**, auquel cas l'**hypothèse alternative** tend vers l'**hypothèse de base** lorsque $N \to +\infty$ (eg **efficacité relative** au sens de PITMAN) ;

$(b)_2$ soit de façon **« globale »** (ie non locale), auquel cas l'hypothèse alternative demeure fixe lorsque $N \to +\infty$ (eg **efficacité de BAHADUR**) (cf **efficacité relative entre tests**, **efficacité relative asymptotique entre tests**, **efficacite asymptotique d'une suite de tests**).

(c) des notions semblables concernent les régions de confiance, notamment l'**efficacité relative asymptotique entre régions de confiance**.

(iii) Lorsque des considérations de coût économique (temps, coût monétaire) ou de coût psychologique (temps, pénibilité, etc) interviennent (**sondage**, **expérience aléatoire**, **contrôle de réception**, etc), ie lorsque la fonction perte comporte une composante représentant une **fonction de coût**, l'**efficacité d'une procédure** s'apprécie à travers le fait :

(a) soit qu'elle conduit à une **précision** donnée avec un **coût** moindre qu'avec une autre procédure ;

(b) soit qu'elle permet une précision meilleure pour un même coût (cas d'un budget donné).

(iv) L'efficacité comparée des règles de décision ou des procédures statistiques est donc un problème constant en Statistique.

Enfin, on parle de **procédure absolument efficace** ssi la procédure considérée est efficace relativement à chacune des procédures alternatives.