

EFFICACITÉ RELATIVE ENTRE TESTS (G4, I6)

(24 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La notion d'**efficacité relative entre tests** est une notion généralement plus délicate à mettre en oeuvre que son analogue relative à des estimateurs (cf **efficacité relative entre estimateurs**), car elle met en jeu davantage de concepts.

(i) Soit $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ un **modèle statistique** paramétré, supposé être un **modèle d'échantillonnage** de la forme produit $(\mathcal{X}_0, \mathcal{B}_0^{\otimes N}, (P_\theta^\xi)^{\otimes N})_{\theta \in \Theta}$ (cf **modèle asymptotique**), où P_θ^ξ est la **loi** de la **variable parente** $\xi : \Omega \mapsto \mathcal{X}_0$.

On considère le test de l'**hypothèse de base** $H_0 : \theta \in \Theta_0$ contre l'**hypothèse alternative** $H_1 : \theta \in \Theta_1$, avec $\Theta_0 \neq \emptyset$, $\Theta_1 \neq \emptyset$ et $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$. Étant donné deux tests $\varphi_{N'}$ et $\varphi_{N''}$ respectivement construits à partir d'un N' -**échantillon** X' et d'un N'' -**échantillon** X'' , on suppose que les tailles N' et N'' sont tq $\varphi_{N'}$ et $\varphi_{N''}$ ont à la fois même niveau α et même fonction puissance (cf **niveau d'un test, puissance d'un test**), ie :

$$(1) \quad \theta \in \Theta_1 \mapsto \eta'_{N'}(\theta) = \eta''_{N''}(\theta).$$

On appelle alors **efficacité relative (au sens de W.G. COCHRAN - E.J.G. PITMAN)** de $\varphi'_{N'}$ par à $\varphi''_{N''}$ le rapport :

$$(2) \quad e(\varphi'_{N'} / \varphi''_{N''}) = N' / N''$$

(ou, parfois, le rapport inverse).

Si ce rapport est supérieur à 1, on dit que $\varphi''_{N''}$ est plus efficace que $\varphi'_{N'}$.

(ii) Le rapport (2) dépend, en général, du niveau α , de l'hypothèse H_1 et de N' . Par contre, l'**efficacité relative asymptotique** (définie pour $\min(N', N'') \rightarrow +\infty$) ne dépend pas, en général, de α .

(iii) Si, au lieu de (1) (égalité des puissances), les tests $\varphi'_{N'}$ et $\varphi''_{N''}$ vérifient seulement l'égalité des pentes de leurs fonctions puissances sur Θ_0 , ie si :

$$(3) \quad d\eta'_{N'} / d\theta_0 = d\eta''_{N''} / d\theta_0, \quad \forall \theta_0 \in \Theta_0,$$

le rapport $e(\varphi'_{N'} / \varphi''_{N''})$ précédent est appelé **efficacité relative (au sens de A.G. BLOMQUIST)** de $\varphi'_{N'}$ par à $\varphi''_{N''}$.