

## EFFICACITÉ RELATIVE ENTRE TESTS (G4, I6)

(24 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La notion d'**efficacité relative entre tests** est une notion généralement plus délicate à mettre en oeuvre que son analogue relative à des estimateurs (cf **efficacité relative entre estimateurs**), car elle met en jeu davantage de concepts.

(i) Soit  $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$  un **modèle statistique** paramétré, supposé être un **modèle d'échantillonnage** de la forme produit  $(\mathcal{X}_0, \mathcal{B}_0^{\otimes N}, (P_\theta^\xi)^{\otimes N})_{\theta \in \Theta}$  (cf **modèle asymptotique**), où  $P_\theta^\xi$  est la **loi** de la **variable parente**  $\xi : \Omega \mapsto \mathcal{X}_0$ .

On considère le test de l'**hypothèse de base**  $H_0 : \theta \in \Theta_0$  contre l'**hypothèse alternative**  $H_1 : \theta \in \Theta_1$ , avec  $\Theta_0 \neq \emptyset$ ,  $\Theta_1 \neq \emptyset$  et  $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$ . Étant donné deux tests  $\varphi_{N'}$  et  $\varphi_{N''}$  respectivement construits à partir d'un  $N'$ -**échantillon**  $X'$  et d'un  $N''$ -**échantillon**  $X''$ , on suppose que les tailles  $N'$  et  $N''$  sont tq  $\varphi_{N'}$  et  $\varphi_{N''}$  ont à la fois même niveau  $\alpha$  et même fonction puissance (cf **niveau d'un test, puissance d'un test**), ie :

$$(1) \quad \theta \in \Theta_1 \mapsto \eta'_{N'}(\theta) = \eta''_{N''}(\theta).$$

On appelle alors **efficacité relative (au sens de W.G. COCHRAN - E.J.G. PITMAN)** de  $\varphi'_{N'}$  par à  $\varphi''_{N''}$  le rapport :

$$(2) \quad e(\varphi'_{N'} / \varphi''_{N''}) = N' / N''$$

(ou, parfois, le rapport inverse).

Si ce rapport est supérieur à 1, on dit que  $\varphi''_{N''}$  est plus efficace que  $\varphi'_{N'}$ .

(ii) Le rapport (2) dépend, en général, du niveau  $\alpha$ , de l'hypothèse  $H_1$  et de  $N'$ . Par contre, l'**efficacité relative asymptotique** (définie pour  $\min(N', N'') \rightarrow +\infty$ ) ne dépend pas, en général, de  $\alpha$ .

(iii) Si, au lieu de (1) (égalité des puissances), les tests  $\varphi'_{N'}$  et  $\varphi''_{N''}$  vérifient seulement l'égalité des pentes de leurs fonctions puissances sur  $\Theta_0$ , ie si :

$$(3) \quad d\eta'_{N'} / d\theta_0 = d\eta''_{N''} / d\theta_0, \quad \forall \theta_0 \in \Theta_0,$$

le rapport  $e(\varphi'_{N'} / \varphi''_{N''})$  précédent est appelé **efficacité relative (au sens de A.G. BLOMQUIST)** de  $\varphi'_{N'}$  par à  $\varphi''_{N''}$ .