

ÉGALITÉS DE PROJECTIVITÉ (A5, B1, B4, C, E, F, N)

(07 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega_i, \mathcal{F}_i, P_i)_{i \in I}$ une **famille** d'**expériences aléatoires** indépendantes.

Cette **indépendance stochastique** entraîne les **égalités de projectivité** suivantes :

$$(1) \quad P(A) = \prod_{i \in J} P_i(A_i), \quad \forall A \in \mathcal{G},$$

où \mathcal{G} est la famille des **cylindres « finis »** de $\Omega = \prod_{i \in I} \Omega_i$, définie selon :

$$(2) \quad \mathcal{G} = \{A \in \mathcal{P}(\Omega) : A = \prod_{i \in J} A_i, A_i \in \mathcal{F}_i, \forall i \in I, \text{ et } A_j \neq \Omega_j, \forall j \in J\},$$

et J représente un **ensemble** d'indices fini (cf **cylindre d'un espace mesurable produit**).

L'indépendance entraîne aussi les **égalités de projectivité** suivantes :

$$(2) \quad P(A) = \left(\otimes_{i \in J} P_i\right)(A_J), \quad \forall A \in \mathcal{G},$$

où \mathcal{G} est ici la famille des **cylindres finis** ayant pour base un pavé mesurable (cf **pavé d'un espace mesurable**). Cette **base** est définie par :

$$(3) \quad A_J = \prod_{j \in J} A_j \text{ dans } \prod_{j \in J} \Omega_j \quad (\text{où } J \subset I \text{ est fini}).$$

(ii) Ces notions de base sont fondamentales en **théorie des processus** : en effet, la définition de la **loi** d'un **processus stochastique** est fondée sur celle de ses « projections finies » sur les espaces facteurs.