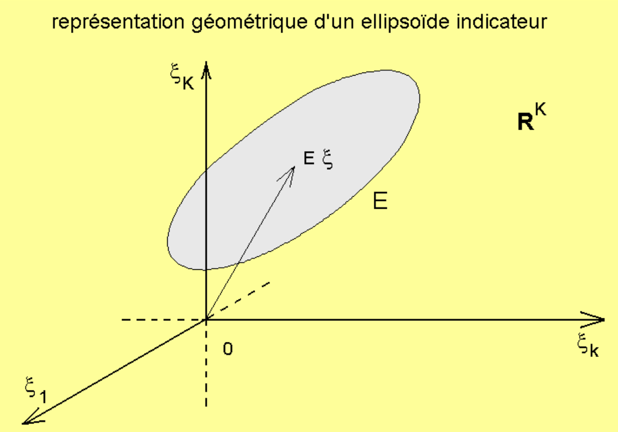
ELLIPSOÏDE INDICATEUR (C5, F3)
(07 / 01 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

L'**ellipsoïde indicateur** (G. DARMOIS) décrit géométriquement la façon dont se disperse un vecteur aléatoire autour de sa **moyenne** (cf **dispersion**) (cf graphe ci-dessous).



(i) Soit $\xi \in L_{\mathbf{R}K}^2\,(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **vecteur aléatoire** de carré intégrable et de **loi** P^ξ (où **R**K désigne par commodité $\mathbf{R}^K$). On note resp E ξ son **espérance** et V ξ sa **dispersion** (**matrice de covariance**).

On appelle **ellipsoïde indicateur**, ou **ellipsoïde d'inertie**, ou encore **ellipsoïde de dispersion**, de ξ (ou de P^ξ) la **variété** (ou « **hypersurface** ») E de dimension K - 1 dans $\mathbf{R}^K$, centrée en E ξ, et tq :

(a) l'**équation ponctuelle** de E s'écrit :

(1) $q\,(x) \;=\; (x - E\,\xi)'\,(V\,\xi)^{-1}\,(x - E\,\xi) \;=\; 1, \quad \forall\, x \in \mathbf{R}^K$;

(b) l'**équation tangentielle** de E s'écrit :

(2) $r\,(h) \;=\; h'\,(V\,\xi)\,h \;=\; 1, \qquad \forall\, h \in \mathbf{R}^K.$

L'ellipsoïde E était aussi appelé **hyper-ellipsoïde indicateur**, ou **hyper-ellipsoïde d'inertie**, ou encore **hyper-ellipsoïde de dispersion**.

(ii) On montre que le **volume** de E est :

(3) $v\,(E) \;=\; \{\Gamma\,((K/2) + 1)\}^{-1} \,.\, \pi^{\,K\,/\,2} \,.\, (\text{Dét}\,(V\,\xi))^{1/2},$

où Dét (V ξ) est le **déterminant** de V ξ (ie la **variance généralisée** de ξ).

L'**hyper-parallélotope** (**pavé** de $\mathbf{R}^K$) circonscrit à E et centré en E ξ possède des **faces** d'équations :

(4) $x_k - E\,\xi_k \;=\; \varepsilon \,.\, \sigma_k^{\,2}\,, \qquad \forall\, k \in N_K^*,$

où $\sigma_k^2 = V\ \xi_k$ et $\varepsilon \in \{-1, +1\}$.

Lorsque $V\ \xi$ est une **matrice singulière** ($rg\ V\ \xi < K$), la **loi** P^{ξ} est dégénérée et E est une variété dégénérée de dimension $rg\ (V\ \xi) - 1$.

(iii) La notion d'ellipsoïde indicateur intervient notamment dans la détermination d'une **région de confiance** multidimensionnelle, dans l'étude du **modèle de régression** ou en **analyse des données** (cf aussi **ellipsoïde de concentration**).