ENCHAÎNEMENT (D2, N)
(07 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion d'**enchaînement** est une forme particulière de notion de **dépendance** entre **événements aléatoires**.

(i) Soit (Ω, $\mathcal{T}$, P) un **espace probabilisé** et A = $(A_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une **suite** d'**événements** (**parties ensemblistes** de $\mathcal{T}$) :

(a) on dit que A forme un **enchaînement d'événements**, ou une **suite enchaînée d'événements**, ou simplement une **chaîne d'événements**, ssi (en notant n(j) pour désigner l'indice n_j) :

(1) $$P(A_{n(k)} / A_{n(1)} \cap ... \cap A_{n(k-1)}) = P(A_{n(k)} / A_{n(k-1)}),$$

pour toute suite $(n_1, ..., n_k) \in N_k$ et pour tout $k \in \mathbf{N}^* \setminus \{1\}$ (cf **probabilité conditionnelle**) ;

(b) on appelle **chaîne élémentaire** une suite indicée par α de partitions enchaînées $(A_{n\alpha})_{n \in \mathbf{N}} = \Pi_{\Omega,\alpha}$ tq $\Pi_{\Omega,\alpha}$ est, $\forall \alpha \in \mathbf{N}$, une **partition** usuelle, ie :

(a) $A_{n\alpha} \neq \varnothing$, $\forall n \in \mathbf{N}$;

(b) $A_{n'\alpha} \cap A_{n''\alpha} = \varnothing$, $\forall (n', n'') \in \mathbf{N}^2$;

(c) $\bigcup_{n \in \mathbf{N}} A_{n\alpha} = \Omega$.

(ii) Dans le cas d'une chaîne élémentaire, on dit que la suite de **va** $X_\alpha : \Omega \mapsto \mathbf{R}^K$ définie par :

(2) $$X_\alpha = \Sigma_{n \in \mathbf{N}} x_{n\alpha} \mathbf{1}(A_{n\alpha}), \quad \forall \alpha \in \mathbf{N},$$

est un **enchaînement de variables aléatoires**, ou une **suite enchaînée de variables aléatoires**, ou simplement une **chaîne de variables aléatoires**.

Pour tout $\omega \in A_{n\alpha}$, on a $X_\alpha(\omega) = x_{n\alpha}$, ie le système aléatoire ainsi défini est dans l'**état** $A_{n\alpha}$ à l' « **instant** » $\alpha \in \mathbf{N}$ (cf **processus de MARKOV**).