ENDOMORPHISME ADJOINT (A3, A4)
(15 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit E un **espace vectoriel** sur un corps **K** (resp sur **C**), b : $E^2 \mapsto$ **K** (resp **C**) une forme bilinéaire symétrique (resp sesquilinéaire autoadjointe) non dégénérée sur E (cf **forme multilinéaire**).

On dit qu'un **endomorphisme** f $\in$ End (E) admet un **endomorphisme adjoint** g $\in$ End (E) pr à b ssi :

(1) $\quad b(f(x), y) = b(x, g(y)), \quad \forall (x, y) \in E^2.$

En général, g est noté f *.

(ii) On montre que, lorsque Dim E = n < +∞, ou lorsque E est un **espace de HILBERT**, tout endomorphisme f admet un adjoint.

Si Dim E = n < +∞, et si $\{e_1, ..., e_n\}$ est une **base** orthonormale de E, alors les **matrices** M_f de f et M_{f^*} de f * dans cette base se correspondent :

(a) par **transposition**, si **K** ≠ **C**, ie :

(2) $\quad M_{f^*} = M_f'$;

(b) par **transconjugaison** si **K** = **C**, ie :

(3) $\quad M_{f^*} = M_f^*$,

où $A^* = \bar{A}'$ désigne la (matrice) **transconjuguée** de A.