

## ÉNERGIE D'UN SYSTÈME (A, C, N)

(14 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Un **phénomène** observable peut généralement se représenter à l'aide d'un **système** approprié.

(i) On considère un système quelconque (physique, biologique, écologique, etc) dont un **état** est représentable par un point  $x \in U$ , avec  $U \subset \mathbf{R}^K$  (**espace des états**). Soit  $\varphi : U \mapsto \mathbf{R}^L$  une fonction (régulière) représentant un **vecteur de déplacement**  $f(x)$ .

On appelle (**fonction d'**) **énergie du système** une fonction (régulière) :

$$(1) \quad f : U \times \varphi(U) \times \varphi'(U) \mapsto \mathbf{R},$$

où  $\varphi' = D\varphi$  est l'application **dérivée** de  $\varphi$ .

On peut interpréter  $f(x, \varphi(x), \varphi'(x))$  comme la valeur d'une « **énergie** » au point  $x \in U$ . Si  $(\mathbf{R}^K, \mathcal{B}(\mathbf{R}^K), \lambda_K)$  est l'**espace mesuré** associé à  $\mathbf{R}^K$ , l'**énergie totale du système** est (cf **calcul des variations**) :

$$(2) \quad e = \int_U f(x, \varphi(x), \varphi'(x)) d\lambda_K(x).$$

(ii) En pratique, on étudie un **système aléatoire** temporel, représentable par un **processus stochastique**. On remplace alors  $x$  par une variable  $X_t$  définissant un processus  $X = (X_t)_{t \in T}$  indexé par le « **temps** »  $T$  (cf aussi **catastrophe**).

L'**énergie totale du système** (à l'instant  $t$ ) est une **variable aléatoire** représentable par une **intégrale stochastique** de la forme :

$$(2) \quad E_t = \int_U f(X_t, \varphi(X_t), \varphi'(X_t)) dX_t, \quad \forall t \in T,$$

où l'on note  $dX_t = \prod_{k=1}^K dX_{kt}$ .