ENSEMBLE (A2, A5, B1, E, F1, N)
(14 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Notion mathématique de base (logique ou algèbre), un **ensemble** est une **famille** E comportant des **éléments** x, en nombre fini ou non.

Il existe plusieurs façons de définir un ensemble. En particulier, si Pr est une propriété (logique ou mathématique) donnée, un ensemble E peut se définir par la famille des éléments x qui vérifient la propriété Pr, ie :

(1) $E = \{x : x \text{ vérifie } Pr\}$.

(ii) Un ensemble E peut être muni d'une **structure** $\mathcal{S}$ donnée (voire de plusieurs structures). On appelle souvent « **espace** » le couple (E, $\mathcal{S}$).

Toute structure implique la définition préalable d' « opérations » (parfois dites logiques ou algébriques) :

(a) certaines opérations concernent les éléments $x \in E$: appartenance ou non appartenance, relations entre éléments (cf **application**), structures diverses (**groupe algébrique**, corps, etc, **espace vectoriel**, etc) ;

(b) d'autres concernent les **parties** A de E : **complémentation** (cf **complémentaire d'une partie**), **différence ensembliste** et **différence symétrique** de parties, **réunion ensembliste** ou **intersection ensembliste**, structures diverses (**espace topologique**, **espace mesurable**, etc).

On note généralement $A \in \mathcal{P}(E)$ la famille constituée de toutes les parties de E, y compris E et $\varnothing$ (partie vide d'éléments) elles-mêmes.

(iii) Les ensemble considérés en **Statistique** sont ainsi très divers : ensembles « numériques », ensembles « fonctionnels », ensembles « géométriques », espaces divers (vectoriels, topologiques, mesurables).

Ils peuvent concerner des concepts eux-mêmes variés : **population** ou **échantillon** d'**unités**, **observation** ou **mesure** effectuée (ou **variable aléatoire** observée) sur une unité, **caractéristique** légale ou **paramètre** d'une **distribution de probabilité**, **décision**, **action** ou encore **résultat** (d'une action).

(iv) La structure $\mathcal{S}$ est est souvent sous-entendue : il s'agit, en effet, d'une structure usuelle de l'espace considéré. L'« **espace** » (E, $\mathcal{S}$) est alors appelé (par abus de language) « **espace** E ».

Ainsi, on parle :

(a) d'**espace d'observation** ou d'**espace d'état** pour désigner l'ensemble $\mathscr{X}$ des valeurs prises par une **variable observable** X ;

(b) d'**espace des paramètres** pour désigner l'ensemble Θ des valeurs prises par un **paramètre** θ ; etc.

(c) d'**espace du temps** pour désigner l'ensemble des valeurs du « **temps** », ensemble souvent muni d'une structure d'**ordre** (total) ou d'une structure **mesurable**.