

ENSEMBLE DÉNOMBRABLE (A2, A5, B1, E, F1, N)

(14 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Un **ensemble dénombrable** est un **ensemble** E qui peut être mis en bijection avec l'ensemble \mathbf{N} des entiers naturels (comptage d'éléments d'un ensemble).

Un **ensemble au plus dénombrable** est un ensemble qui est soit **fini**, soit dénombrable.

Ainsi :

(a) si E est fini (ce qui se note : $\text{Card } E = n < +\infty$), E est au plus dénombrable ;

(b) l'ensemble \mathbf{Z} des **entiers relatifs** est un ensemble dénombrable :

$$(1) \quad \mathbf{Z} = \{z = n - p, \forall (n, p) \in \mathbf{N}^2\} = \mathbf{N} - \mathbf{N}$$

(symétrisé de \mathbf{N} pour l'opération interne « addition ») ;

(c) l'ensemble \mathbf{Q} des **nombre rationnels** est un ensemble dénombrable :

$$(2) \quad \mathbf{Q} = \{q = z / t, \forall (z, t) \in \mathbf{Z} \times (\mathbf{Z} \setminus \{0\})\} = \mathbf{Z} / \mathbf{Z}^*$$

(symétrisé de \mathbf{Z} pour l'opération interne « multiplication »).

On note généralement \aleph_0 (« *aleph zéro* ») le cardinal de \mathbf{N} , nombre appelé **puissance du dénombrable** : $\text{Card } \mathbf{N} = \aleph_0$.

(ii) En pratique, les calculs s'effectuent souvent dans l'ensemble (dénombrable) \mathbf{D} des **nombre décimaux**, ie des nombres d de la forme $d = e + r$, où $e \in \mathbf{N}$ et où r est tq il existe $n \in \mathbf{N}^*$ vérifiant : $10^n \cdot r \in \mathbf{N}$.

Les capacités numériques des ordinateurs permettent de réaliser des calculs dans lesquels $n \gg 0$.

(iii) La notion d'ensemble dénombrable, à laquelle s'associe celle d'**opération dénombrablement permise**, intervient profondément en **Statistique**. Ainsi :

(a) une **tribu de parties** est définie à partir d'opérations dénombrablement stables sur des **parties ensemblistes** ;

(b) une **suite de variables aléatoires** (ou **processus** en **temps** discret), une suite d'**espaces probabilisables**, ou encore une suite de **modèles statistiques**, sont des exemples classiques de **familles** dénombrables couramment utilisées ;

(c) de même, un **échantillon** (tel qu'il est souvent disponible) est un ensemble au plus dénombrable, le plus souvent fini.