

## ENTROPIE D'UNE PARTITION (C5, F3, G6)

(14 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  un **espace probabilisé** et  $\Pi_\Omega = (A_h)_{h=1, \dots, H}$  une **partition** (mesurable) finie de  $\Omega$ .

On appelle **entropie de C.E. SHANNON**, ou **degré d'indétermination de C.E. SHANNON**, de  $\Pi_\Omega$  le nombre :

$$(1) \quad H(\Pi_\Omega) = - \sum_{h=1, \dots, H} P(A_h) \log_2 P(A_h),$$

où  $\log_2$  désigne la fonction logarithme en base 2.

(ii) S'il existe un **indice**  $h$  tq  $A_h = \Omega$ , alors  $H(\Pi_\Omega) = 0$ .

(iii)  $H(\Pi_\Omega)$  est maximum ssi les  $A_h$  sont des **événements équiprobables**, ie ssi  $P(A_h) = H^{-1}$ ,  $\forall h \in N_H^*$ . Ce maximum vaut (**formule de R.V. HARTLEY**) :

$$(2) \quad \max H(\Pi_\Omega) = \log_2 H.$$

Cette propriété de la **loi uniforme** est, dans le cas discret, comparable à celle de la **loi normale**, pour laquelle l'entropie est maximum, dans le cas continu.

(iv) La définition est aussi donnée avec le logarithme népérien  $\text{Log}$  ou  $\ln$ .