ENTROPIE RELATIVE (C5, F3, G6)
(15 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T})$ un **espace probabilisable**, $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ un **espace mesurable** auxiliaire, et $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$ deux **familles** de **mesures de probabilité** définies sur $\mathcal{T}$. On note P^ξ (resp Q^ξ) l'image de $P \in \mathcal{P}$ (resp de $Q \in \mathcal{Q}$) par la **va** $\xi : \Omega \mapsto \mathcal{X}$ (cf **mesure image**). Soit μ une **mesure positive** (σ-finie) dominant ces lois, et $f = d P^\xi / d\mu$ et $g = dQ^\xi / d\mu$ les **densités** resp (cf **dérivée de NIKODYM-RADON**, **famille dominée de lois**).

On appelle **entropie relative**, ou **entropie croisée**, de P^ξ pr à Q^ξ le nombre :

(1) $$H(P^\xi, Q^\xi) \text{ ou } H(P^\xi / Q^\xi) = - E_P \operatorname{Log} \{f(\xi) / g(\xi)\} = - \int \operatorname{Log}(f / g)\, dP^\xi,$$

où E_P désigne l'**espérance** calculée avec la mesure $P \in \mathcal{P}$. Autrement dit :

(2) $$H(P^\xi, Q^\xi) = E_P \operatorname{Log} \{g(\xi) / f(\xi)\} = \int f \,.\, \operatorname{Log}(g / f)\, d\mu.$$

(ii) Cette quantité sert eg à discriminer entre deux **modèles statistiques** $(\Omega, \mathcal{T}, \mathcal{P})$ et $(\Omega, \mathcal{T}, \mathcal{Q})$ (cf **discrimination**). Elle peut s'interpréter comme une **mesure de distorsion** du second modèle pr au premier.