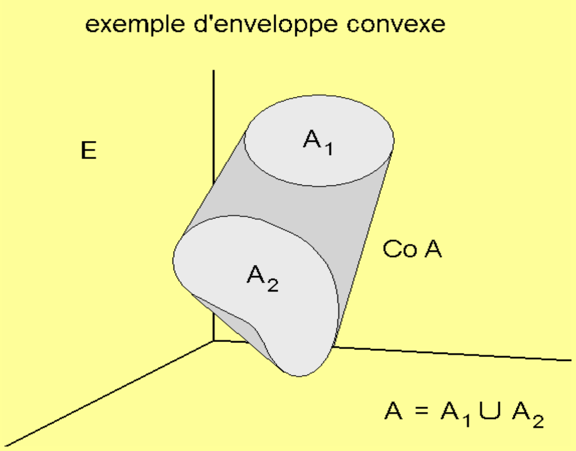
ENVELOPPE CONVEXE (A3, A4, A10)
(07 / 01 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit E un **espace vectoriel** réel, A $\subset$ E une **partie** de E, et $\mathcal{C}$(E) la classe des **parties convexes** de E (ou **famille** des convexes de E) (cf **convexité**).

On appelle **enveloppe convexe** de A l'intersection de toutes les parties convexes de E qui contiennent A, ie (cf graphique ci-dessous) :

(1) $\quad \text{Co}\,(A) \;=\; \cap_{\,C \,\in\, \mathcal{C}(E)\,:\, A \,\subset\, C}\; C \;=\; \cap\,\{C \in \mathcal{C}(E) : A \subset C\}.$



(ii) Soit E un **espace vectoriel topologique** réel, A $\subset$ E et $\mathcal{F}$(E) la classe des parties fermées (ou famille des fermés) de E (cf **ouvert**).

On appelle **enveloppe convexe fermée**, ou **fermeture convexe**, de A $\subset$ E l'intersection de toutes les parties convexes fermées contenant A, ie :

(2) $\quad \text{Co}_f\,(A) \;=\; \cap_{\,C \,\in\, \mathcal{C}(E)\,\cap\,\mathcal{F}(E)\,:\, A \,\subset\, C} \;=\; \cap\,\{C \in \mathcal{C}(E) \cap \mathcal{F}(E) : A \subset C\}.$

On montre que : Co (A) = $\overline{\text{Co}}$ (A) (adhérence de Co (A) dans E).

(iii) En **Statistique**, les calculs mathématiques usuels, notamment ceux impliquant une **optimisation**, peuvent nécessiter le calcul d’une enveloppe convexe (eg **programmation mathématique** convexe).

Par ailleurs, lorsqu’un **nuage de points** semble comporter des **aberrations** (points « éloignés » de l’ensemble du nuage), la détermination de son enveloppe convexe aide à détecter ou à corriger ces points.